



**TUGAS AKHIR - SS141501**

**SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK  
MENGUNAKAN *MODIFIED STABLE  
STUDENT-T BURR MIXTURE MODEL*  
DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

**MIFTAKHUL ARDI IKHWANUS SAFA  
NRP 062116 4500 0013**

**Dosen Pembimbing  
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**PROGRAM STUDI SARJANA  
DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2018**



**TUGAS AKHIR - SS141501**

**SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK  
MENGUNAKAN *MODIFIED STABLE  
STUDENT-T BURR MIXTURE MODEL*  
DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

**MIFTAKHUL ARDI IKHWANUS SAFA  
NRP 062116 4500 0013**

**Dosen Pembimbing  
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**PROGRAM STUDI SARJANA  
DEPARTEMEN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2018**



**FINAL PROJECT - SS141501**

**BRAIN TUMOR MRI IMAGE SEGMENTATION  
USING MODIFIED STABLE STUDENT-T BURR  
MIXTURE MODEL WITH BAYESIAN APPROACH**

**MIFTAKHUL ARDI IKHWANUS SAFA  
SN 062116 4500 0013**

**Supervisors**

**Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCE  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2018**

# LEMBAR PENGESAHAN

## SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK MENGUNAKAN *MODIFIED STABLE STUDENT-T BURR MIXTURE MODEL* DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN

### TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada

Program Studi Sarjana Departemen Statistika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

**Miftakhul Ardi Ikhwanus Safa**  
NRP. 062116 4500 0013

Disetujui oleh Pembimbing:

**Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**  
NIP. 19621015 198803 1 002

(  )



SURABAYA, JULI 2018

# **SEGMENTASI CITRA MRI TUMOR OTAK MENGUNAKAN *MODIFIED STABLE STUDENT-T BURR MIXTURE MODEL* DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

**Nama Mahasiswa : Miftakhul Ardi Ikhwanus Safa**  
**NRP : 062116 4500 0013**  
**Departemen : Statistika FMKSD ITS**  
**Dosen Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D**

## **Abstrak**

Salah satu pendekatan komputasi untuk mendapatkan gambaran lokasi tumor otak pada citra MRI tumor otak yaitu segmentasi citra digital. Teknik segmentasi citra yang sering digunakan yaitu clustering, dimana pixel dalam citra akan dikelompokkan berdasarkan intensitas warna (derajat keabuan/grayscale) yang sama. Model based clustering merupakan metode pengelompokkan yang mengoptimalkan kemiripan antara objek berdasarkan pada distribusi probabilistik data. Model mixture yang paling sering digunakan dalam model based clustering khususnya pada segmentasi citra adalah Gaussian mixture model (GMM). Namun, histogram pada citra MRI tumor otak cenderung menunjukkan pola yang miring dan tidak simetri. Sehingga penggunaan GMM memiliki kelemahan yaitu kurang fleksibel terhadap bentuk data, karena distribusi normal memiliki bentuk simetris dan berekor pendek. Oleh karena itu diperlukan pendekatan distribusi yang mampu mengatasi penyimpangan dari distribusi normal. Modified Stable Student-t Burr Distribution atau distribusi MSTBurr dikembangkan dengan tujuan membuat distribusi yang adaptif terhadap perubahan data inputnya. Solusi analitis untuk estimasi parameter distribusi MSTBurr bukan pekerjaan yang mudah karena fungsi likelihood dari distribusi stable tidak bisa direpresentasikan sebagai bentuk analisis yang sederhana. Sehingga, cara untuk mendapatkan estimasi parameter dari distribusi MSTBurr adalah menggunakan pendekatan Bayesian dengan Marcov Chain Monte Carlo (MCMC). Hasil analisis menunjukkan bahwa MSTBurr Mixture Model lebih mampu menangkap pola citra MRI tumor otak.

**Kata Kunci : Bayesian, Mixture Model, Modified Stable Student-t Burr, Segmentasi Citra, Tumor Otak**

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# **BRAIN TUMOR MRI IMAGE SEGMENTATION USING MODIFIED STABLE STUDENT-T BURR MIXTURE MODEL WITH BAYESIAN APPROACH**

**Student Name** : Miftakhul Ardi Ikhwanus Safa  
**Student Number** : 062116 4500 0013  
**Department** : Statistics  
**Supervisors** : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D

## **Abstract**

*One of the computational approach to get an overview of the location of brain tumors in brain tumor MRI images are digital image segmentation. Image segmentation technique frequently used is clustering, where the pixels in the image will be grouped based on the same color intensity (grayscale). Model-based clustering is a grouping method that optimizes the similarity between objects based on the probabilistic distribution of data. The most common mixture model used in model-based clustering, especially in image segmentation is a Gaussian Mixture Model (GMM). However, the histogram of the brain tumor MRI image tends to show a skewed and asymmetric. So the use of GMM has a weakness that is less flexible to the form of data because the normal distribution has a symmetrical shape and short-tailed. Therefore, it needs a distribution approach that able to overcome the deviation from the normal distribution. Modified Stable Student-t Burr Distribution or MSTBurr distribution has been developed with the aim of creating an adaptive distribution of changes to its input data. Analytical solution for estimating MSTBurr distribution parameters is not an easy job because the likelihood function of this distribution cannot be represented as a simple form of analysis. Thus, the way to obtain parameter estimates from the MSTBurr distribution is using the Bayesian approach couple with Markov Chain Monte Carlo (MCMC). The results of the analysis showed that the MSTBurr Mixture Model could have a better ability to capture the pattern image of the MRI brain tumor.*

**Keywords** : *Bayesian, Image Segmentation, Mixture Model, Modified Stable Student-t Burr, Neo Normal.*

*(This page intentionally left blank)*



## KATA PENGANTAR

Puji Syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik dan hidayah-Nya, memberikan kekuatan kepada penulis selama menyusun Laporan Tugas Akhir ini yang berjudul **“Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan *Modified Stable Student-T Burr Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian”**. Selama penyusunan laporan ini, penulis banyak mendapat pengarahan, bimbingan dan saran yang bermanfaat dari berbagai pihak. Maka dari itu penulis dalam kesempatan ini mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.IKom., Ph.D selaku dosen pembimbing Tugas Akhir yang telah dengan sabar memberikan bimbingan, waktu, pengarahan, semangat, dan masukan kepada penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si dan Ibu Santi Wulan Purnami, M.Si., Ph.D selaku dosen penguji yang telah banyak memberikan saran dan masukan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr. Suhartono selaku Kepala Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
4. Bapak Dr. Sutikno, M.Si selaku Ketua Program Studi Sarjana Departemen Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
5. Bapak R. Mohamad Atok, M.Si, Ph.D selaku Dosen Wali yang telah memberikan motivasi dan bimbingan kepada penulis mulai awal perkuliahan.
6. Dosen dan staff karyawan Departemen Statistika ITS yang telah memberikan pengarahan, pengalaman dan ilmu kepada penulis.
7. Ibu Anindya Apriliyandi Pravitasari yang telah banyak memberikan bimbingan, waktu, pengarahan, semangat, dan masukan kepada penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir

8. Ibu Widiana Ferriastuti yang telah memberikan masukan dari segi medis, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.
9. Ibu, Ayah, Adik, Nenek dan seluruh keluarga yang selalu memberikan dukungan, nasehat dan kasih sayang yang tak akan pernah bisa digantikan dengan apapun.
10. Tim Segmentasi Citra, Miftakhul Ilmi Dinul Islamiyah, Siti Azizah Nurul Solichah dan Sandra Firda Qonita yang telah berjuang Bersama menyelesaikan Tugas Akhir ini.
11. Teman-teman laboratorium komputasi Lintas Jalur yang telah memberikan semangat selama penyelesaian Tugas Akhir ini.
12. Teman-teman Lintas Jalur Angkatan 2016 Departemen Statistika ITS yang telah memberikan dukungannya kepada penulis.
13. Pihak-pihak yang sudah banyak membantu penulis dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini, yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa laporan ini masih jauh dari kesempurnaan, untuk itu penulis menerima saran dan kritik yang diberikan untuk penyempurnaan laporan Tugas Akhir ini. Penulis berharap semoga laporan ini dapat memberikan banyak manfaat untuk pembaca.

Surabaya, Juli 2018

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>TITLE PAGE</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xvii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan.....	7
1.4 Manfaat.....	7
1.5 Batasan Masalah.....	7
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Tumor Otak .....	9
2.2 <i>Magnetic Resonance Imaging</i> (MRI) .....	11
2.3 Segmentasi Citra Digital.....	12
2.4 <i>Image Preprocessing</i> .....	15
2.4.1 <i>Thresholding</i> .....	16
2.4.2 Deteksi Tepi.....	16
2.4.3 Dilasi dan Erosi .....	17
2.4.4 <i>Opening dan Closing</i> .....	18
2.5 Histogram Citra .....	19
2.6 <i>Model Based Clustering</i> .....	20
2.7 Distribusi <i>Modified Stable Student-t Burr</i> (MSTBurr). ..	22
2.8 Metode Bayesian .....	24
2.9 <i>Markov Chain Monte Carlo</i> (MCMC) .....	26
2.10 <i>Gibbs Sampling</i> .....	27
2.11 Penentuan Jumlah Kluster Terbaik .....	29

### **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

3.1 Sumber Data .....	31
3.2 Variabel Penelitian.....	31
3.3 Struktur Data.....	31
3.4 Langkah Analisis .....	32

### **BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

4.1 Pengembangan Algoritma Estimasi Parameter <i>Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model</i> .....	35
4.2 Implementasi <i>Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model</i> untuk Segmentasi Citra MRI Tumor Otak .....	47
4.2.1 <i>Preprocessing</i> Citra MRI Tumor Otak .....	47
4.2.2 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan <i>Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model</i> pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> .....	50
4.2.3 Segmentasi MRI Tumor Otak Menggunakan <i>Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model</i> pada Citra MRI <i>Sequence ax T1 memp+C IM8</i> .....	62
4.2.4 Pemilihan Jumlah Klaster Terbaik.....	73
4.2.5 Penerapan <i>Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model</i> Untuk Segmentasi ROI Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> .....	77

### **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

5.1 Kesimpulan .....	81
5.2 Saran .....	81

### **DAFTAR PUSTAKA .....**

### **LAMPIRAN .....**

### **BIODATA PENULIS .....**

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 3.1</b>	Struktur Data.....	32
<b>Tabel 4.1</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 2</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	50
<b>Tabel 4.2</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 2 Komponen .....	51
<b>Tabel 4.3</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 3</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	52
<b>Tabel 4.4</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 3 Komponen .....	53
<b>Tabel 4.5</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 4</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	54
<b>Tabel 4.6</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 4 Komponen .....	55
<b>Tabel 4.7</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 5</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	56
<b>Tabel 4.8</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 5 Komponen .....	57
<b>Tabel 4.9</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 6</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	58
<b>Tabel 4.10</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 6 Komponen .....	59
<b>Tabel 4.11</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 7</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> .....	60
<b>Tabel 4.12</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> <i>IM21</i> 7 Komponen .....	61

<b>Tabel 4.13</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 2</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	62
<b>Tabel 4.14</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 2</i> Komponen.....	63
<b>Tabel 4.15</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 3</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	64
<b>Tabel 4.16</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 3</i> Komponen.....	65
<b>Tabel 4.17</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 4</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	66
<b>Tabel 4.18</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 4</i> Komponen.....	67
<b>Tabel 4.19</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 5</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	68
<b>Tabel 4.20</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 5</i> Komponen.....	69
<b>Tabel 4.21</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 6</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	69
<b>Tabel 4.22</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 6</i> Komponen.....	71
<b>Tabel 4.23</b>	Parameter Model MSTBurr <i>Mixture Model 7</i> Komponen pada Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	71
<b>Tabel 4.24</b>	Anggota Klaster Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8 7</i> Komponen.....	73
<b>Tabel 4.25</b>	<i>Silhouette Coefficient</i> Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Flair IM21</i> GMM dan MSTBurr <i>Mixture Model ....</i>	74
<b>Tabel 4.26</b>	<i>Silhouette Coefficient</i> Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> GMM dan MSTBurr <i>Mixture Model.....</i>	76

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b>	Skema Warna RGB dalam Kubus.....	13
<b>Gambar 2.2</b>	<i>Image Preprocessing</i> MRI Tumor Otak .....	16
<b>Gambar 2.3</b>	Histogram pada Citra Gelap dan Terang.....	20
<b>Gambar 3.1</b>	(a) Data MRI Tumor Otak <i>Sequence Ax T2 Flair IM21</i> dan (b) <i>Sequence Ax T1 Memp+C IM8</i> .....	31
<b>Gambar 3.2</b>	Diagram Alir Penelitian .....	34
<b>Gambar 4.1</b>	(a) Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> sebelum dan (b) Sesudah <i>Preprocessing</i> .....	47
<b>Gambar 4.2</b>	Histogram Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> sebelum <i>Preprocessing</i> .....	48
<b>Gambar 4.3</b>	Histogram Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair</i> Setelah <i>Preprocessing</i> .....	48
<b>Gambar 4.4</b>	(a) Citra MRI <i>Sequence ax T1 memp+C IM8</i> sebelum dan (b) Sesudah <i>Preprocessing</i> .....	49
<b>Gambar 4.5</b>	(a) Histogram Citra MRI <i>Sequence ax T1 memp+C IM8</i> sebelum dan (b) Sesudah <i>Preprocessing</i> .....	49
<b>Gambar 4.6</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 2 Klaster.....	52
<b>Gambar 4.7</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 3 Klaster.....	54
<b>Gambar 4.8</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 4 Klaster.....	56
<b>Gambar 4.9</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 5 Klaster.....	58
<b>Gambar 4.10</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 6 Klaster.....	60
<b>Gambar 4.11</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Flair IM21</i> 7 Klaster.....	62
<b>Gambar 4.12</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Memp+C IM8</i> 2 Klaster.....	63
<b>Gambar 4.13</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2 Memp+C IM8</i> 3 Klaster.....	65

<b>Gambar 4.14</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Memp+C IM8</i> 4 Klaster.....	67
<b>Gambar 4.15</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Memp+C IM8</i> 5 Klaster.....	69
<b>Gambar 4.16</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Memp+C IM8</i> 6 Klaster.....	71
<b>Gambar 4.17</b>	Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Memp+C IM8</i> 7 Klaster.....	73
<b>Gambar 4.18</b>	<i>Silhouette Coefficient</i> Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Flair IM21</i> .....	74
<b>Gambar 4.19</b>	(a) Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T2</i> <i>Flair IM21</i> dan (b) ROI Tumor Otak .....	75
<b>Gambar 4.20</b>	<i>Silhouette Coefficient</i> Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> .....	75
<b>Gambar 4.21</b>	(a) Hasil Segmentasi Citra MRI <i>Sequence ax T1</i> <i>memp+C IM8</i> dan (b) ROI Tumor Otak.....	76
<b>Gambar 4.22</b>	(a) Gambar ROI, (b) Hasil Segmentasi ROI 3 Klaster, (c) 4 Klaster, (d) 5 Klaster, (e) 6 Klaster dan (f) 7 Klaster .....	77
<b>Gambar 4.23</b>	<i>Silhouette Coefficient</i> Segmentasi ROI.....	78
<b>Gambar 4.24</b>	(a) Citra MRI Tumor Otak Asli Tanpa Kontras, (b) Citra Hasil Segmentasi dan (c) Citra MRI Tumor Otak dengan Kontras .....	76



## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b> <i>Preprocessing Citra</i> .....	83
<b>Lampiran 2</b> <i>Syntax Preprocessing Citra</i> .....	91
<b>Lampiran 3</b> <i>Syntax Segmentasi Citra</i> .....	94
<b>Lampiran 4</b> <i>Syntax Silhouette Coefficient</i> .....	103

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Tumor otak merupakan pertumbuhan sel yang tidak normal dalam otak. Tumor otak dapat berupa tumor yang sifatnya primer ataupun yang merupakan metastasis dari tumor pada organ lainnya. Tumor otak primer tumbuh dan cenderung bertahan di otak sedangkan tumor otak metastatis dimulai sebagai kanker di bagian tubuh dan menyebar ke otak (American Brain Tumor Association, 2015). Tumor otak memberikan permasalahan klinis yang agak berbeda dengan tumor lain karena efek yang ditimbulkannya, dan keterbatasan terapi yang dapat dilakukan. Tumor otak yang menimbulkan kerusakan pada jaringan otak secara langsung akan menyebabkan gangguan fungsional dari system saraf pusat, berupa gangguan motorik, sensorik, panca indera, bahkan kemampuan kognitif. Selain itu efek massa yang ditimbulkan tumor otak juga akan memberikan masalah serius mengingat tumor berada dalam rongga tengkorak yang pada orang dewasa merupakan suatu ruang tertutup dengan ukuran yang tetap (Wahjoepramono, 2006). Pada saat tumor otak terjadi, pertumbuhan sel yang tidak perlukan secara berlebihan menimbulkan penekanan dan kerusakan pada sel-sel lain di otak dan mengganggu fungsi otak bagian tersebut. Kemudian, tumor tersebut akan menekan ke jaringan sekitar otak, tulang tengkorak, jaringan otak yang sehat dan area sekitar syaraf (Cook & Freedman, 2012)

Tumor otak primer dapat terjadi pada semua orang dari segala usia, namun secara statistik lebih sering terjadi pada anak-anak dan orang tua. Dimana usia rata-rata saat diagnosis untuk semua tumor otak primer adalah 59 tahun. Sedangkan pada anak-anak tumor otak paling umum terjadi saat usia 0-14 tahun. Pada tahun 2017, diperkirakan terdapat 80.000 kasus baru tumor otak primer di Amerika Serikat yang mencakup 26.000 tumor otak ganas dan 53.000 tumor otak jinak dengan 4.800 diantaranya adalah anak-anak dan remaja yang berusaha 0-19 tahun (American Brain

Tumor Association, 2017). Di Indonesia kasus tumor otak dan kanker otak sudah mencapai angka 4.900 kasus pada tahun 2012 (Wijaya, 2017).

Salah satu rumah sakit yang menjadi rujukan pasien dengan kasus tumor otak di Indonesia adalah Rumah Sakit Umum Daerah (RSUD) Dr. Soetomo. RSUD Dr. Soetomo mencatat bahwa jumlah kasus penyakit tumor otak setiap tahunnya meningkat dan sebagian besar diderita oleh kaum perempuan. Dimana, pada tahun 2010 jumlah pasien yang menjalani operasi sebanyak 116 orang. Kemudian pada tahun 2011 sebanyak 130 orang, tahun 2012 sebanyak 130, tahun 2013 sebanyak 130 orang dan pada tahun 2014 sebanyak 172 orang. Sementara itu sampai bulan Mei 2015, terdapat 61 orang yang telah menjalani operasi (Berita Jatim, 2015).

Peralatan medis yang digunakan untuk mendeteksi tumor otak yaitu *Magnetic Resonance Imaging* atau disebut MRI. MRI merupakan suatu jenis pemeriksaan radiologi yang mempergunakan gelombang elektromagnetik untuk memperoleh informasi mengenai berbagai kelainan pada tubuh. Informasi yang dihasilkan dari pemeriksaan MRI digunakan untuk mendukung diagnosis penyakit serta memantau perjalanan penyakit dan hasil terapi (Santosa Hospital Bandung Kopo, 2018). Teknik peng-gambaran MRI relatif kompleks karena gambaran yang dihasilkan tergantung pada banyak parameter. Bila pemilihan parameter tersebut tepat, kualitas gambar MRI dapat memberikan gambaran detail tubuh manusia dengan perbedaan yang kontras, sehingga anatomi dan patologi jaringan tubuh dapat dievaluasi secara teliti (Noyosiswoyo & Suswati, 2004). Tetapi jika parameter tersebut kurang tepat dimungkinkan hasil keluaran MRI tidak memberikan gambar yang detail, sehingga proses diagnosis mengenai posisi tumor otak memerlukan pertimbangan lainnya.

MRI untuk tujuan medis beroperasi dengan kekuatan medan magnet 1,5 Tesla dan 3 Tesla (Santosa Hospital Bandung Kopo, 2018). Kualitas gambar hasil *scan* MRI 3 Tesla lebih baik dibandingkan dengan 1.5 Tesla, hal ini akan memperjelas kelainan-

kelainan pada pasien tumor otak. Namun, pemeriksaan dengan menggunakan MRI 3 Tesla memerlukan biaya yang lebih tinggi dibandingkan dengan MRI 1.5 Tesla (Canadian Agency for Drugs and Technologies in Health, 2011). Oleh karena itu diperlukan suatu pendekatan untuk memberikan gambaran lokasi tumor otak, sehingga dengan biaya yang lebih murah dari MRI 3 Tesla mampu mendapatkan gambaran tumor otak.

Pendekatan komputasi untuk mendapatkan gambaran lokasi tumor otak pada citra MRI dapat dilakukan dengan menggunakan segmentasi citra. Segmentasi objek di dalam citra bertujuan memisahkan wilayah (*region*) objek dengan wilayah latar belakang sehingga didapatkan hasil yang lebih mudah untuk dilakukan analisis selanjutnya (Shapiro & Stockman, 2001). Proses pemisahan wilayah suatu citra berdasarkan kriteria keserupaan tertentu antara derajat keabuan suatu piksel dengan derajat keabuan piksel-piksel tetangganya (Wijaya & Prayudi, 2010). Secara digital suatu derajat keabuan atau *grayscale* dapat direpresntasikan dalam bentuk *array* dua dimensi atau matriks. Tiap elemen pada *array* tersebut menunjukkan intensitas *grayscale* dari pada posisi koordinat yang bersesuaian. Apabila suatu citra direpresentasikan dalam 8 bit, pada citra terdapat  $2^8$  atau 256 level grayscale, biasanya bernilai 0-255 (Gonzales & Woods, 2008). Dimana 0 menunjukkan level intensitas yang paling gelap dan 255 menunjukkan intensitas paling terang.

Teknik segmentasi citra yang sering digunakan yaitu *clustering*, dimana *pixel* dalam citra akan dikelompokkan berdasarkan intensitas warna (derajat keabuan/*grayscale*) yang sama. Sebagian besar analisis *cluster* dilakukan dengan menggunakan metode heuristik yang didasarkan pada ketidak-samaan antara objek misalnya pada *hierarchical agglomerative clustering* seperti *single linkage*, *average linkage* dan *complete linkage*. Metode ini relatif mudah untuk diterapkan dan tidak jarang memberikan hasil yang baik. Namun, kriteria tersebut tidak didasarkan pada prinsip inferensi statistika yang tidak memperhitungkan kesalahan pengukuran dalam ketidakseragaman,

tidak memberikan penaksiran terhadap ketidakpastian pengelompokkan dan tidak memberikan metode statistik untuk memilih jumlah kelompok yang terbentuk (Oh & Raftery, 2007). Metode heuristik lainnya yaitu metode *partitioning* seperti *K-means* dan sebagainya. Metode *partitioning* juga didasarkan pada ketidaksamaan antar pengamatan dengan menggunakan kriteria jarak seperti jarak *manhattan* dan jarak *ecluidian*. Namun, pendekatan ini masih sulit untuk mengetahui berapa banyak *cluster* yang dibutuhkan, bagaimana membandingkan kinerja beberapa metode dan bagaimana cara untuk menangani *outlier* dalam metode heuristik (Shi, 2005). Oleh karena itu, diperlukan model probabilitas untuk megatasi beberapa kekurangan dari metode heuristik.

*Model Based Clustering* merupakan metode pengelompokkan yang mengoptimalkan kemiripan antara objek berdasarkan pada distribusi probabilistik data. *Model based clustering* mengasumsikan bahwa data dibangkitkan oleh campuran dari distribusi probabilitas dengan masing-masing komponen mewakili *cluster* berbeda sehingga objek didalam suatu *data set* dapat dikelompokkan menjadi kelompok data yang sebelumnya tidak terdefinisi. Beberapa *cluster* bisa memiliki distribusi yang sama atau berbeda-beda sehingga campuran dari distribusi probabilitas membentuk suatu *mixture model* (Shi, 2005). Grave, Pigeot, Huybrechts, Pala dan Börnhorst (2015) membandingkan metode heuristik dan *model based clustering*. Metode heuristik yang digunakan yaitu *ward's* dan *k-means* sedangkan *model based clustering* menggunakan *Gaussian mixture model* (GMM). Hasilnya GMM lebih *flexible* terhadap volume, bentuk dan pola data.

*Gaussian mixture model* (GMM) merupakan model *mixture* yang paling sering digunakan dalam *model based clustering* khususnya pada segmentasi citra. Hal ini karena GMM lebih sederhana dan parameter dapat diestimasi secara efisien dengan menggunakan *expectation maximization* (EM) *algorithm* (Ji, Huang, Xia, & Zheng, 2017). Sianipar (2017) mebandingkan metode EM-GMM dengan metode *Fuzzy C-Means* (FCM) dalam

segmentasi citra MRI tumor otak. Berdasarkan nilai *similarity* didapatkan bahwa metode EM-GMM lebih *robust* terhadap *Salt and Pepper Noise* dibanding FCM dan FCM lebih *robust* terhadap *Gaussian Noise* dibanding EM-GMM. Menurut Ji, *et al* (2017) penggunaan GMM memiliki kelemahan yaitu kurang fleksibel terhadap bentuk data. Kurang fleksibelnya GMM terhadap bentuk data dikarenakan distribusi normal yang memiliki bentuk simetris dan berekor pendek (Ji, Huang, Sun, & Guo, 2016). Oleh karena itu diperlukan pendekatan distribusi yang mampu mengatasi penyimpangan dari distribusi normal.

Beberapa pendekatan bentuk data yang secara alami dan adaptif akan dapat mengakomodasi sifat kemiringan (*skewness*) data dan bahkan lebih tebal ekornya dari pada distribusi normal dinamakan distribusi *nearly-normal* atau *neo-normal*. Ide dasar dari distribusi *neo-normal* ditekankan pada tujuan melakukan relaksasi normalitas yang adaptif terhadap berbagai sifat penyimpangannya terhadap normal baik pada suatu identifikasi pola data maupun pemodelannya (Iriawan, 2012). Diawali dengan distribusi *Exponential Power*, dibangun dari distribusi yang mampu menjaga kesimetriannya pada *mean* (Box & Tiao, 1973). Distribusi multivariat *t-student* oleh Zellner (1976). Azzalini (1985) memperkenalkan distribusi Normal Miring (*Skew Normal*) yang relaksasinya mampu menangkap pola kemiringan datanya. Versi baru dari *Skew Normal* model yang kemudian diberi nama distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) dikembangkan oleh Fernandez & Steel (1998), serta distribusi *neo-normal* dikembangkan oleh Iriawan (2000) yaitu distribusi *Modified Stable Normal Burr* (MSNBurr) dan *Modified Stable Student-t Burr* (MSTburr).

*Modified Stable Student-t Burr Distribution* atau distribusi MSTBurr dikembangkan berdasarkan distribusi yang dikembangkan oleh Burr pada tahun 1942 dengan tujuan membuat distribusi yang adaptif terhadap perubahan data inputnya (Iriawan, 2000). Solusi analitis untuk estimasi parameter distribusi MSTBurr bukan pekerjaan yang mudah (Iriawan, 2000). Buckle (1995) menyatakan

bahwa fungsi *likelihood* dari distribusi *stable* tidak bisa direpresentasikan sebagai bentuk analisis yang sederhana, standard dan dapat digunakan. Sehingga, cara untuk mendapatkan estimasi parameter dari distribusi MSTBurr adalah dengan menggunakan pendekatan Bayesian dengan bantuan *Marcov Chain Monte Carlo* (MCMC) (Iriawan, 2000). Metode Bayesian banyak digunakan untuk analisis model statistik yang kompleks (Carlin & Chib, 1995). Perbedaan metode statistika klasik dengan bayesian terdapat pada parameter yang akan diestimasi. Pendekatan statistika klasik memandang parameter merupakan sesuatu bernilai tetap sedangkan metode Bayesian menganggap semua parameter yang tidak diketahui sebagai random variable dari distribusi tertentu (Ntzoufras, 2009).

Oleh karena itu pada penelitian ini dilakukan segmentasi citra MRI tumor otak dengan menggunakan *Modified Stable Student-t Burr mixture model* pendekatan Bayesian. Hasil segmentasi diharapkan lebih mampu menghasilkan citra MRI tumor otak yang lebih baik sehingga mempermudah diagnosis pasien.

## 1.2 Perumusan Masalah

Kualitas gambar hasil *scan* MRI 3 Tesla lebih baik dibandingkan dengan 1.5 Tesla, hal ini akan memperjelas kelainan-kelainan pada pasien tumor otak. Namun, pemeriksaan dengan menggunakan MRI 3 Tesla memerlukan biaya yang lebih tinggi dibandingkan dengan MRI 1.5 Tesla. Oleh karena itu diperlukan suatu pendekatan untuk meningkatkan kualitas dari citra MRI tumor otak hasil MRI 1.5 Tesla, sehingga dengan biaya yang lebih murah dari MRI 3 Tesla mampu menghasilkan kualitas gambar yang lebih baik dari MRI 1.5 Tesla. Pendekatan komputasi untuk meningkatkan kualitas citra MRI tumor otak dapat dilakukan dengan menggunakan segmentasi citra. *Gaussian mixture model* (GMM) merupakan model *mixture* yang paling sering digunakan dalam *model based clustering* khususnya pada segmentasi citra. Namun, penggunaan GMM memiliki kelemahan yaitu kurang fleksibel terhadap bentuk data karena distribusi normal yang



memiliki bentuk simetris dan berekor pendek. Oleh karena itu pada penelitian ini dilakukan segmentasi citra MRI tumor otak dengan menggunakan *Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr) *mixture model* pendekatan Bayesian

### 1.3 Tujuan

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan maka tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan hasil segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan *Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr) *mixture model* pendekatan Bayesian.

### 1.4 Manfaat

Manfaat dari dipenelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran lokasi tumor otak yang lebih jelas dari sebelumnya, sehingga akan mempermudah tindakan medis selanjutnya.

### 1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Data citra MRI tumor otak diambil dari MRI yang berkekuatan 1,5 Tesla.
2. Analisis hanya dilakukan pada 2 citra MRI tumor otak yaitu *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8*
3. Pemilihan jumlah klaster terbaik mempertimbangkan subjektif medis.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Tumor Otak**

Tumor otak merupakan pertumbuhan sel yang tidak normal dalam otak. Tumor otak dapat berupa tumor yang sifatnya primer ataupun yang merupakan metastasis dari tumor pada organ lainnya. Tumor otak primer tumbuh dan cenderung bertahan di otak sedangkan tumor otak metastatis dimulai sebagai kanker di bagian tubuh dan menyebar ke otak (American Brain Tumor Association, 2015). Tumor otak memberikan permasalahan klinis yang agak berbeda dengan tumor lain karena efek yang ditimbulkannya, dan keterbatasan terapi yang dapat dilakukan. Tumor otak yang menimbulkan kerusakan pada jaringan otak secara langsung akan menyebabkan gangguan fungsional dari system saraf pusat, berupa gangguan motorik, sensorik, panca indera, bahkan kemampuan kognitif. Selain itu efek massa yang ditimbulkan tumor otak juga akan memberikan masalah serius mengingat tumor berada dalam rongga tengkorak yang pada orang dewasa merupakan suatu ruang tertutup dengan ukuran yang tetap (Wahjoepramono, 2006).

Pada saat tumor otak terjadi, pertumbuhan sel yang tidak perlukan secara berlebihan menimbulkan penekanan dan kerusakan pada sel-sel lain di otak dan mengganggu fungsi otak bagian tersebut. Kemudian, tumor tersebut akan menekan ke jaringan sekitar otak, tulang tengkorak, jaringan otak yang sehat dan area sekitar syaraf (Cook & Freedman, 2012). Penyebab timbulnya tumor otak belum sepenuhnya diketahui, namun keganasan sel pada anggota tubuh lainnya, faktor genetik dan pengaruh lingkungan memiliki peran yang tidak kecil pada timbulnya tumor otak (Ayub, 2015).

Pasien yang terkena tumor otak akan merasakan beberapa gejala. Gejala yang terjadi pada setiap lokasi tumor otak berbeda-beda. Berikut adalah beberapa gejala yang dialami berdasarkan lokasi tumor otak (Wijaya, 2017).

1. Otak bagian samping, pasien akan merasakan kejang atau pingsan, merasa mendengar suara di dalam kepala dan mengalami kesulitan dalam berbicara atau kesulitan mengingat.
2. Otak bagian depan, pasien beresiko mengalami perubahan mental dan kepribadian, kehilangan keseimbangan tubuh serta gangguan penciuman dan penglihatan.
3. Otak bagian belakang, pasien dapat merasakan gangguan penglihatan.
4. Otak bagian tengah, pasien akan sulit memahami kata-kata, sulit dalam berbicara, menulis, membaca dan mengontrol gerakan tubuh. Pasien juga beresiko mengalami mati rasa pada salah satu sisi tubuh.
5. Batang otak, pasien beresiko mengalami ketidakseimbangan tubuh, seperti sulit berjalan, terjadinya pelemahan otot muka. Pasien juga dapat mengalami gangguan bicara dan menelan.
6. Selaput otak, tumor pada lokasi ini memberikan dampak seperti sakit kepala, gangguan penglihatan dan gangguan sistem gerak tubuh.
7. Otak kecil, pasien dapat mengalami gejala seperti kesulitan berjalan, kesulitan mengkoordinasi gerakan tubuh, sulit berbicara, mata berkedut, sering muntah dan sensasi kaku pada leher.

Penanganan kasus tumor otak di Indonesia saat ini telah menggunakan beberapa teknologi baru yang canggih. Teknologi canggih tersebut antara lain adalah bedah Mikroskopik (teknik *blue ray*), terapi radiasi RAPID ARC, metode pemeriksaan PET-CT dan metode bedah radiasi dengan *gamma knife*. Bedah mikroskopik dengan teknik *blue ray* merupakan teknologi yang diadaptasi dari Jerman yang memiliki ketepatan pengangkatan sel tumor semakin tinggi sehingga dapat mengangkat tumor otak lebih banyak. Pada terapi radiasi RAPID ARC penyinaran dapat dilakukan hanya dengan 4 menit dan dapat dilakukan dari beragam sudut yang akan

membuat penyinaran tumor akan lebih tepat. *Positron Emission Tomography* (PET) dapat mendeteksi aktivitas metabolik berlebihan dari sel-sel tubuh, seperti sel-sel kanker. Terapi dilengkapi dengan *Computed Tomography* (CT) yang berfungsi memberikan informasi anatomi. Sehingga PET-CT menjadi satu perangkat akan sangat membantu dokter dalam menangani permasalahan mengenai tumor otak. Teknologi yang terakhir yaitu metode bedah radiasi dengan *gamma knife*, metode ini tidak membutuhkan pembukaan tempurung otak. Sehingga tidak ada sayatan pada kulit kepala dan tidak membutuhkan bius umum. Selain itu teknologi ini memungkinkan radiasi terfokus akurat pada target (tumor) tertentu yang ditandai agar tidak mengenai sel sehat (Wijaya, 2017).

## **2.2 Magnetic Resonance Imaging (MRI)**

MRI atau *Magnetic Resonance Imaging* adalah suatu jenis pemeriksaan radiologi yang menggunakan gelombang elektromagnetik untuk memperoleh informasi mengenai berbagai kelainan pada tubuh, seperti adanya tumor/kanker, infeksi, trauma, kelainan pembuluh darah, penyakit keturunan/genetis dan lain sebagainya. Informasi yang dihasilkan dari pemeriksaan MRI digunakan untuk mendukung diagnosis penyakit secara tepat dan akurat serta memantau perjalanan penyakit dan hasil terapi. MRI menggunakan jenis gelombang elektromagnetik yang disebut *radio frequency* (RF) *pulse* seperti yang terdapat pada televisi, radio dan *microwave oven*. Gelombang *radio frequency* dipergunakan untuk memindai bagian tubuh yang diinginkan melalui proses *computer* yang rumit untuk menghasilkan gambar yang dapat diinterpretasikan oleh dokter radiologi. MRI untuk tujuan medis beroperasi dengan kekuatan medan magnet antara 0,1 – 3 tesla (1000 – 30.000 Gauss) (Santosa Hospital Bandung Kopo, 2018).

Perkembangan MRI dimulai pada tahun 1946, dimana Felix Bloch dan Purcell mengemukakan teori bahwa inti atom bersifat sebagai magnet kecil yang membuat *spinning* dan *precessing*.

Hasil penemuan tersebut kemudian lahirlah *Nuclear Magnetic Resonance* (NMR) *Spectrometer* yang penggunaannya terbatas pada kimia saja. Setelah lebih dari sepuluh tahun Raymond Damadian bekerja dengan alat NMR *Spectrometer*, maka pada tahun 1971 dia menggunakan alat tersebut untuk pemeriksaan pasien. Pada tahun 1979 *The University of Nottingham Group* memproduksi gambaran potongan potongan coronal dan sagittal dengan NMR. Pada tahun 1984, NRM dirubah menjadi *Magnetic Resonance Imaging* (MRI) dan diletakkan di bagian Radiologi karena saran dari *American College of Radiologi*

Teknik penggambaran MRI relatif kompleks karena gambaran yang dihasilkan tergantung pada banyak parameter. Bila pemilihan parameter tersebut tepat, kualitas gambar MRI dapat memberikan gambaran detail tubuh manusia dengan perbedaan yang kontras, sehingga anatomi dan patologi jaringan tubuh dapat dievaluasi secara teliti. Untuk menghasilkan gambaran MRI dengan kualitas yang optimal sebagai alat diagnostik, maka harus memperhitungkan hal-hal yang berkaitan dengan teknik penggambaran MRI antara lain sebagai berikut (Noyosiswoyo & Suswati, 2004).

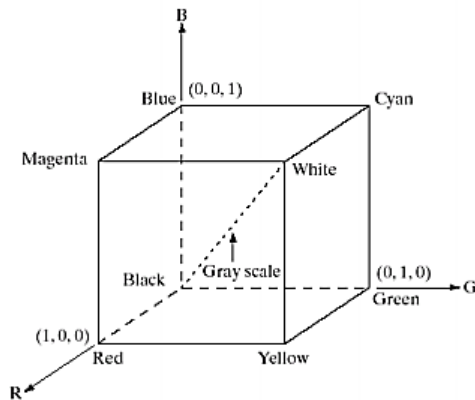
- a. Persiapan pasien serta teknik pemeriksaan pasien yang baik
- b. Kontras yang sesuai dengan tujuan pemeriksaanya
- c. Artefak pada gambar dan cara mengatasinya
- d. Tindakan penyelamatan terhadap keadaan darurat

### 2.3 Segmentasi Citra Digital

Pengolahan citra digital memiliki dua prinsip yaitu peningkatan informasi piktorial untuk interpretasi manusia, pengolahan data citra untuk penyimpanan, transmisi dan representasi bagi peralatan persepsi. Sebuah citra dapat didefinisikan sebagai fungsi dua dimensi  $f(x, y)$ , dimana  $x$  dan  $y$  adalah koordinat spasial dan amplitud dari  $f$  pada sembarang pasangan koordinat  $(x, y)$  disebut *intensity* (intensitas) atau *gray level* (level keabuan) dari citra pada titik tersebut (Gonzales &

Woods, 2008). Agar dapat diolah dengan dengan komputer digital, maka suatu citra harus direpresentasikan secara numerik dengan nilai-nilai *diskrit*. Representasi citra dari fungsi kontinu menjadi nilai-nilai diskrit disebut *digitalisasi*. Citra yang dihasilkan inilah yang disebut citra digital (*digital image*) (Munir, 2004).

Pada umumnya citra digital menggunakan model RGB (*red, green, blue*) untuk monitor berwarna dan kamera video, model CMY (*ciyan, magenta, yellow*) dan CMYK (*cyan, magenta, yellow, black*) untuk pencerahan warna dan model HSII (*hue, saturaton, intensity*) yang berhubungan dengan cara manusia menggambarkan dan menginterpretasikan warna. Pada model warna RGB dalam satu *pixel* citra masih terdiri 3 intensitas warna *red, green* dan *blue*. Sehingga, agar hanya terdapat satu nilai pada setiap *pixel*nya maka harus dirubah menjadi citra abu-abu karena operasi-operasi yang dilakukan akan lebih sederhana dibandingkan bila menggunakan citra berwarna (Ahmad, 2005). Skema warna RGB ditunjukkan oleh unit kubus pada Gambar 2.1.



Sumber : (Gonzales & Woods, 2008)

**Gambar 2.1** Skema Warna RGB dalam Kubus

Citra abu-abu merupakan citra yang hanya memiliki satu nilai pada setiap *pixel*nya, nilai tersebut disebut dengan *grayscale*. Citra abu – abu memiliki komposisi *red, green, blue* yang telah terboboti. Persamaan (2.1) merupakan bobot yang diperlukan

untuk mentransformasikan citra RGB ke dalam *greyscale* (Lin & Peng, 2008).

$$gray = 0.299R + 0.587G + 0.114B \quad (2.1)$$

Secara digital suatu *grayscale* dapat direpresentasikan dalam bentuk *array* dua dimensi atau matriks. Tiap elemen pada *array* tersebut menunjukkan intensitas *grayscale* dari pada posisi koordinat yang bersesuaian. Apabila suatu citra direpresentasikan dalam 8 bit, pada citra terdapat  $2^8$  atau 256 level grayscale, biasanya bernilai 0-255 (Gonzales & Woods, 2008) Dimana 0 menunjukkan level intensitas yang paling gelap dan 255 menunjukkan intensitas paling terang. Misalkan suatu citra **A** berukuran M baris dan N kolom dengan intensitas keabuan (*grayscale*)  $f(x,y)$ , maka dapat ditunjukkan oleh persamaan matriks (2.2).

$$\mathbf{A} \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & \dots & \dots & f(1,N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Salah satu proses yang penting dalam pengenalan objek yang tersaji secara visual (berbentuk gambar) adalah segmentasi (Munir, 2006). Segmentasi adalah memisahkan citra menjadi bagian-bagian yang diharapkan menjadi objek-objek tersendiri atau membagi suatu citra menjadi wilayah - wilayah yang homogen berdasarkan kriteria keserupaan tertentu antara derajat keabuan suatu piksel dengan derajat keabuan piksel-piksel tetangganya (Wijaya & Prayudi, 2010). Segmentasi objek di dalam citra bertujuan memisahkan wilayah (*region*) objek dengan wilayah latar belakang sehingga didapatkan hasil yang lebih mudah untuk dilakukan analisis selanjutnya (Shapiro & Stockman, 2001).

Berdasarkan cara kerjanya, terdapat 2 teknik segmentasi citra yaitu berdasarkan intensitas warna citra dan karakter (Wijaya & Prayudi, 2010).

- a. Segmentasi berdasarkan intensitas warna (derajat keabuan/*grayscale*). Berasumsi bahwa objek-objek



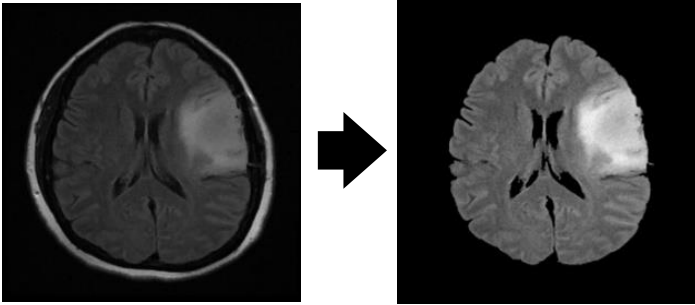
yang akan dipisahkan cenderung memiliki intensitas warna yang berbeda-beda dan masing-masing objek memiliki warna yang hamper seragam. Salah satu teknik segmentasi berdasarkan intensitas warna adalah *mean cluster*. Pada *mean cluster* dilakukan pembagian citra dengan membagi histogram citra.

- b. Segmentasi berdasarkan karakteristik yaitu mengelompokkan bagian-bagian citra yang memiliki karakteristik yang sama berupa perubahan warna antara titik yang berdekatan, nilai rata-rata dari bagian citra tersebut. Untuk menghitung atau menentukan karakteristik digunakan perhitungan statistik, misalnya varians, standard deviasi, teori peobabilitas atau transformasi fourier. Salah satu Teknik segmentasi berdasarkan karakteristik adalah *split and merge*. Proses tersebut dilakukan secara rekusif karena pada setiap saat dilakukan proses yang sama tetapi dengan data yang selalu berubah.

## 2.4 *Image Preprocessing*

Proses awal pengolahan citra (*Image Preprocessing*) dilakukan untuk perbaikan kualitas citra (*image enchancement*). Perbaikan kualitas citra diperlukan karena seringkali citra mempunyai kualitas yang kurang baik, misalnya citra mengalami *noise* pada saat pengiriman melalui saluran transmisi, citra terlalu terang/gelap, citra kurang tajam, kabur dan sebagainya. Melalui *image preprocessing* inilah kualitas citra dapat diperbaiki sehingga citra dapat digunakan untuk aplikasi lebih lanjut (Munir, 2006). Secara sistematis, perbaikan kualitas citra dapat diartikan sebagai proses mengubah citra  $f(x,y)$  menjadi  $f'(x,y)$  sehingga ciri-ciri yang dilihat pada  $f(x,y)$  lebih ditonjolkan.

Pada citra MRI tumor otak, *image preprocessing* dilakukan untuk menghilangkan bagian tengkorak agar tidak mengganggu proses segmentasi citra (Sianipar, 2017). *Image preprocessing* pada MRI tumor otak ditunjukkan oleh Gambar 2.2.



Sumber : (Sianipar, 2017)

**Gambar 2.2** Image Preprocessing MRI Tumor Otak

#### 2.4.1 Thresholding

*Thresholding* dilakukan untuk mengubah suatu citra menjadi citra biner (Prasetyo, 2011). Citra biner adalah citra yang hanya mempunyai dua nilai derajat keabuan yaitu hitam dan putih. *Pixel-pixel* objek akan bernilai 1 dan *pixel-pixel* latar belakang bernilai 0 (Munir, 2004). Nantinya level intensitas pada setiap *pixel* citra akan dikelompokkan ke dalam dua mode dominan. Prosesnya diawali dengan menentukan *threshold*  $T$  yang akan membagi mode-mode tersebut. Jika suatu *pixel* memiliki nilai di atas atau sama dengan nilai *threshold* maka akan disebut *object point*, sedangkan yang lainnya di sebut sebagai *background point*. Secara matematis dituliskan pada persamaan (2.2) (Prasetyo, 2011).

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{jika } f(x, y) \geq T \\ 0, & \text{jika } f(x, y) < T \end{cases} \quad (2.2)$$

Dimana  $g(x, y)$  merupakan *pixel* yang hasil *thresholding* dan  $T$  merupakan nilai *threshold*.

#### 2.4.2 Deteksi Tepi

Suatu objek yang berada dalam bidang citra dan tidak bersinggungan dengan batas bidang citra, berarti objek tersebut dikelilingi daerah yang bukan objek yaitu latar belakang. Pertemuan antara bagian objek dan bagian latar belakang disebut sebagai tepi objek. Demikian juga apabila dua buah objek atau lebih saling tumpang tindih dengan intensitas yang tidak sama akan meninggalkan suatu jejak tepi. Sehingga tepi suatu objek berguna

untuk memisahkan untuk memisahkan objek-objek yang saling bersinggungan (Ahmad, 2005).

Salah satu metode dalam deteksi tepi adalah dengan menggunakan *operator sobel*. *Operator sobel* ditunjukkan oleh matriks pada persamaan (2.3) dan (2.4) yang nantinya akan dikalikan dengan dengan matriks dari region citra yang berukuran 3x3 (Prasetyo, 2011).

$$\text{operator sobel horizontal} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\text{operator sobel vertikal} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Misalkan suatu matriks 3x3 yang bepusat pada  $z_5$  pada persamaan (2.5) dilakukan deteksi tepi dengan menggunakan *operator sobel*. Sehingga didapatkan gradien horizontal yang ditunjukkan oleh persamaan (2.6) dan gradien vertical yang ditunjukkan oleh persamaan (2.7).

$$\begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$g_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3) \quad (2.6)$$

$$g_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7) \quad (2.7)$$

### 2.4.3 Dilasi dan Erosi

Operasi dasar pada morfologi citra adalah dilasi dan erosi. Dalam citra biner penumbuhan atau penebalan disebut sebagai dilasi. Penebalan ini dikontrol oleh *struktur elemen* (strel). Dilasi bisa diterapkan dalam objek-objek yang terputus karena hasil pengambilan citra yang terganggu oleh *noise*, kerusakan objek fisik yang dijadikan citra digital atau disebabkan resolusi yang jelek.

Jika  $A$  dan  $B$  adalah anggota  $Z^2$ , dilasi antara  $A$  dan  $B$  dinyatakan  $A \oplus B$  dan didefinisikan pada persamaan (2.8) (Prasetyo, 2011).

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left( \widehat{B} \right)_z \cap A \neq \emptyset \right\} \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) didasarkan pada perefleksian  $B$  terhadap aslinya dan penggeseran refleksi oleh  $z$ . Dilasi  $A$  oleh  $B$  kemudian adalah himpunan semua *displacement*  $z$ , sebagaimana  $B$  dan  $A$  overlap oleh paling sedikit satu elemen. Berdasarkan pada interpretasi tersebut, persamaan (2.8) dapat ditulis kembali secara ekuivalen dengan persamaan (2.9) dimana Himpunan  $B$  adalah strel, sedangkan  $A$  himpunan (objek citra) yang terdilasi.

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left( \widehat{B} \right)_z \cap A \subseteq A \right\} \quad (2.9)$$

Erosi merupakan kebalikan dari dilasi, dimana erosi merupakan mengecilkan atau menipiskan objek citra biner. Erosi dapat dianggap sebagai operasi *morphological filtering* dimana *detail* citra yang lebih kecil dari citra akan difilter (dihilangkan) dari citra. Jika  $A$  dan  $B$  himpunan dalam  $Z^2$ , erosi  $A$  oleh  $B$  dinyatakan dengan  $A \ominus B$  dan didefinisikan pada persamaan (2.10) (Prasetyo, 2011).

$$A \ominus B = \left\{ z \mid \left( B \right)_z \subseteq A \right\} \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) menunjukkan bahwa erosi  $A$  oleh  $B$  adalah kumpulan semua titik dimana  $B$  ditranlasikan oleh  $z$  di dalam isi  $A$ .  $B$  disini adalah strel.

#### 2.4.4 Opening dan Closing

Dua morfologi lain yang penting dalam *image preprocessing* adalah *opening* dan *closing*. *Opening* secara umum menghaluskan garis-garis bentuk objek, menghilangkan bagian-bagian sempit dan menghilangkan penonjolan-penonjolan yang tipis. Sedangkan *closing* cenderung menghaluskan garis-garis bentuk tetapi kebalikan dari *opening*, yaitu menolak pecahan-pecahan sempit yang Panjang dan tipis, menghilangkan lubang kecil dan mengisi gap pada garis-garis bentuk (Prasetyo, 2011).

*Opening* himpunan  $A$  oleh strel  $B$  dinyatakan dengan  $A \circ B$  didefinisikan pada persamaan (2.11).

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) menunjukkan bahwa *opening*  $A$  oleh  $B$  adalah erosi  $A$  oleh  $B$ , diikuti dengan dilasi tersebut dengan  $B$ . Dengan menggunakan cara yang sama, *closing* dari himpunan  $A$  oleh strel  $B$  dinyatakan dengan  $A \bullet B$  yang didefinisikan pada persamaan (2.12).

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) menunjukkan bahwa *closing*  $A$  oleh  $B$  adalah dilasi  $A$  oleh  $B$  diikuti dengan erosi hasilnya dengan  $B$  (Prasetyo, 2011).

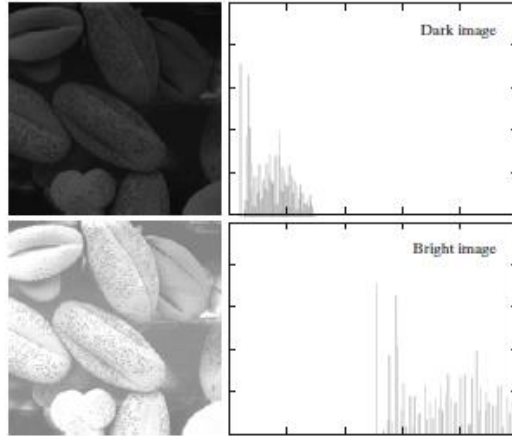
## 2.5 Histogram Citra

Fungsi transformasi intensitas didasarkan pada informasi yang di ekstrak dari intensitas citra yang berupa histogram. Histogram memegang peran sangat penting dalam pengolahan citra seperti *enhancement*, *compression*, *segmentation* dan *description* (Prasetyo, 2011). Informasi penting mengenai isi citra digital dapat diketahui dengan membuat histogram citra, Histogram citra adalah grafik yang menggambarkan penyebaran nilai-nilai intensitas *pixel* dari suatu citra atau bagian tertentu di dalam citra. Dari sebuah histogram dapat diketahui frekuensi kemunculan realtif dari intensitas pada citra tersebut. Histogram juga dapat menunjukkan banyak hal tentang kecerahan (*brightness*) dan kontras (*contrast*) dari sebuah gambar. Oleh karena itu histogram adalah alat bantu dalam pengolahan citra baik secara kualitatif maupun kuantitatif (Munir, 2004) .

Misalkan suatu citra digital memiliki  $L$  derajat keabuan, maka histogram citra digital dengan level intensitas pada range  $[0, L-1]$  dinyatakan pada fungsi diskrit pada persamaan (2.13) (Gonzales & Woods, 2008).

$$h(r_k) = n_k \quad (2.13)$$

Dimana  $r_k$  adalah nilai intensitas ke  $k$  dan  $n_k$  jumlah piksel dalam citra yang memiliki intensitas  $k$  yang dinyatakan oleh  $MN$ .  $M$  dan  $N$  merupakan ukuran baris dan kolom dalam citra. Berikut adalah contoh histogram dari beberapa citra.



Sumber : (Gonzales & Woods, 2008)

**Gambar 2.3** Histogram pada Citra Gelap dan Terang

## 2.6 *Model Based Clustering*

*Model Based Clustering* merupakan metode pengelompokan yang mengoptimalkan kemiripan antara objek berdasarkan pada distribusi probabilistik data. *Model based clustering* mengasumsikan bahwa data dibangkitkan oleh campuran dari distribusi probabilitas dengan masing-masing komponen mewakili *cluster* berbeda sehingga objek didalam suatu *data set* dapat dikelompokkan menjadi kelompok data yang sebelumnya tidak terdefinisi. Beberapa *cluster* bisa memiliki distribusi yang sama atau berbeda-beda sehingga campuran dari distribusi probabilitas membentuk suatu *mixture model* (Shi, 2005).

*Mixture model* merupakan suatu model yang merupakan gabungan dari beberapa sub populasi, tetapi sifat asli dari setiap sub populasi tersebut tetap dipertahankan (Gelman, et al., 2014). Deteksi sederhana untuk mengetahui *mixture model* dapat

dilakukan dengan visualisasi plot data. *Mixture model* dapat terdiri atas gabungan komponen dengan distribusi yang sama atau distribusi yang berbeda-beda, dimana setiap komponen memiliki proporsi tertentu. Pola distribusi *mixture* dan *univariate multimodal* dapat didekati dengan persamaan (2.14) (Iriawan, 2012).

$$f(y|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{w}) = \sum_{j=1}^K w_j p_j(y|\boldsymbol{\theta}_j), \quad (2.14)$$

dimana :

$f(y|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{w})$  = fungsi densitas distribusi *mixture*

$p_j(y|\boldsymbol{\theta}_j)$  = fungsi densitas ke- $j$  dari sebanyak  $K$  komponen penyusun model distribusi *mixture*

$\boldsymbol{\theta}_j$  = vektor parameter setiap distribusi komponen penyusun distribusi *mixture*  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$ ,  $j = 1, 2, \dots, K$

$\mathbf{w}$  = vektor parameter proporsi dengan elemen-elemen  $(w_1, w_2, \dots, w_K)$

$w_j$  = parameter proporsi komponen distribusi *mixture*

dengan  $\sum_{j=1}^K w_j = 1$ , serta  $0 \leq w_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, K$

$K$  = banyaknya distribusi sebagai komponen penyusun distribusi *mixture* yang telah ditentukan

Model distribusi *mixture* yang dinyatakan pada persamaan (2.16) berlaku untuk distribusi *mixture* dengan banyaknya komponen tertentu yang disebut sebagai *finite mixture model*. Banyaknya kelompok yang terbentuk sama dengan banyaknya komponen penyusun distribusi *mixture*. Pengelompokan dengan menggunakan *mixture model* terdapat variabel latent  $z$  yang digunakan untuk mengidentifikasi anggota dari setiap kelompok yang terbentuk (Shi, 2005). Misalkan indikator variabel

latent pada pengamatan ke  $i$  adalah  $z_i$  dengan komponen kluster  $j$  sebanyak  $K$ , sehingga didapatkan indikator latent setiap pengamatan  $z_i$  adalah  $z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{iK}$  dimana,

$$z_{ij} \begin{cases} 1, & \text{jika } y_i \text{ masuk pada kelompok ke } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.15)$$

Dapat dilihat dari persamaan (2.15) bahwa  $\sum_{j=1}^K z_{ij} = 1$ ,

sehingga  $z_i$  akan mengikuti distribusi multinomial dengan probabilitas  $w_1, w_2, \dots, w_K$  yang dapat dituliskan pada persamaan (2.16).

$$z_i \sim f(z_i) = \text{Mult}(1, w_1, w_2, \dots, w_K) \quad (2.16)$$

Misalkan  $\gamma_{ij}$  merupakan probabilitas pengamatan ke  $i$  pada komponen *mixture* ke  $j$  dengan memasukan nilai  $y_i$ , maka  $\gamma_{ij}$  dapat dituliskan pada persamaan (2.17).

$$\gamma_{ij} = \Pr(y_i \in \text{Group}_j | y) = \frac{p_j(y | \theta_j)}{\sum_{j=1}^K w_j p_j(y | \theta_j)} \quad (2.17)$$

Nilai pengamatan  $y_i$  akan dievaluasi dengan menggunakan nilai  $\gamma_{ij}$  untuk setiap kelompok  $j$  dan akan menjadi anggota kelompok  $j$  ketika  $\gamma_{ij}$  terbesar. Sehingga ketika  $\gamma_{ij} = \max(\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \dots, \gamma_{iK})$  akan didapatkan  $z_{ij}$  dengan nilai 1 dan 0 untuk lainnya (Shi, 2005).

## 2.7 Distribusi *Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr)

Bidang paling penting dalam statistik dan pemodelan adalah analisis terhadap residual. Biasanya atau idealnya suatu residual sering diasumsikan berdistribusi Normal  $(0, \sigma^2)$ . Tetapi pada ke-



nyataanya distribusi residual bisa simetri atau menceng dan bahkan bisa juga berekor lebih tebal atau lebih tipis dari distribusi normal. Penggunaan analisis klasik pada inferensi statistik tidak akan memberikan hasil yang baik apabila residual memiliki bentuk menceng, berekor tebal atau tipis dari distribusi normal (Iriawan, 2012).

Beberapa pendekatan bentuk residual yang secara alami dan adaptif akan dapat mengakomodasi sifat kemiringan (*skewness*) data dan bahkan lebih tebal ekornya dari pada distribusi normal dinamakan distribusi *nearly-normal* atau neo-normal. Ide dasar dari distribusi neo-normal ditekankan pada tujuan melakukan relaksasi normalitas yang adaptif terhadap berbagai sifat penyimpangannya terhadap normal baik pada suatu identifikasi pola data maupun pemodelannya (Iriawan, 2012).

Distribusi neo-normal diawali dengan distribusi *Exponential Power*, dibangun dari distribusi yang mampu menjaga kesimetriannya pada *mean* (Box & Tiao, 1973). Distribusi multivariat t-student oleh Zellner (1976). Azzalini (1985) memperkenalkan distribusi Normal Miring (*Skew Normal*) yang relaksasinya mampu menangkap pola kemiringan datanya. Versi baru dari *Skew Normal* model yang kemudian diberi nama distribusi Fernandez-Steel *Skew Normal* (FSSN) dikembangkan oleh Fernandez & Steel (1998), serta distribusi neo-normal dikembangkan oleh Iriawan (2000) yaitu distribusi *Modified Stable Normal Burr* (MSNBurr) dan *Modified Stable Student-t Burr* (MSTburr).

Pada *model based clustering* penggunaan distribusi normal sering digunakan untuk membentuk model *mixture*-nya. Salah satu kelemahan dari *Gaussian Mixture Model* adalah memiliki bentuk yang simetris dan berekor pendek, sehingga tidak fleksibel terhadap semua bentuk data (Ji, Huang, Sun, & Guo, 2016). Oleh karena itu diperlukan suatu distribusi yang mampu mengakomodir penyimpangan dari distribusi normal. *Modified Stable Student-t Burr Distribution* atau distribusi MSTBurr dikembangkan berdasarkan distribusi yang dikembangkan oleh Burr pada tahun 1942 dengan tujuan membuat distribusi yang adaptif terhadap

perubahan data inputnya. Fungsi distribusi dan fungsi kepadatan probabilitas untuk MSTBurr adalah seperti pada persamaan (2.18) dan (2.19) berikut (Iriawan, 2000).

$$F(y) = \left( 1 + \frac{\exp\left(-k\left(\frac{y-\mu}{\phi}\right)\right)}{\alpha} \right)^{-\alpha} \quad (2.18)$$

$$f(y|n, \alpha, \mu, \phi) = \frac{k}{\phi} \exp\left(-k\left(\frac{y-\mu}{\phi}\right)\right) \left( 1 + \frac{\exp\left(-k\left(\frac{y-\mu}{\phi}\right)\right)}{\alpha} \right)^{-(\alpha+1)} \quad (2.19)$$

Dengan  $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, k > 0, \alpha > 0$  dan  $\phi > 0$ .

dimana :

$$k = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^{(\alpha+1)}}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$n$  = derajat bebas (banyaknya data)

$\mu$  = parameter lokasi

$\phi$  = parameter dispersi

$\alpha$  = parameter kemiringan

## 2.8 Metode Bayesian

Metode Bayesian didasari oleh Teorema Bayes yang diperkenalkan oleh Thomas Bayes tahun 1763. Metode Bayesian diterapkan untuk mengestimasi parameter. Pada dasarnya terdapat dua pendekatan dalam estimasi parameter yaitu pendekatan statistika klasik dan pendekatan Bayesian. Perbedaan metode statistika klasik dengan bayesian terdapat pada parameter yang akan diestimasi. Pendekatan statistika klasik memandang parameter merupakan sesuatu bernilai tetap sedangkan metode

Bayesian menganggap semua parameter yang tidak diketahui sebagai random variable dari distribusi tertentu (Ntzoufras, 2009).

Misalkan  $y$  adalah variabel random yang mengikuti pola distribusi MSTBurr dengan fungsi densitas (PDF) seperti pada persamaan (2.19),  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ , dimana  $\boldsymbol{\theta} = (\mu \ \phi \ \alpha)^T$  merupakan parameter dari distribusi MSTBurr dan  $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n)^T$  adalah vektor sampel berukuran  $n$  yang memiliki distribusi identik dan independen, maka *joint distribution* dari  $\boldsymbol{\theta}$  dan  $\mathbf{y}$  dapat dituliskan dalam persamaan (2.20) (Box & Tiao, 1973).

$$f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})f(\mathbf{y}) \quad (2.20)$$

Berdasarkan teorema Bayes, distribusi *posterior* dari  $\boldsymbol{\theta}$ , dengan  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$  didapatkan dari persamaan (2.20), yang selanjutnya dinyatakan dalam persamaan (2.21) sebagai berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{y})}, \quad (2.21)$$

dengan  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$  merupakan fungsi *likelihood* yang berisi informasi sampel data, sedangkan  $f(\boldsymbol{\theta})$  adalah fungsi distribusi *prior* dari  $\boldsymbol{\theta}$  dan  $f(\mathbf{y})$  adalah fungsi konstanta densitas, di mana:

$$f(\mathbf{y}) = \begin{cases} \int f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) \, d\boldsymbol{\theta}, & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinu} \\ \sum f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}), & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit} \end{cases} \quad (2.22)$$

Sehingga persamaan (2.21) dapat dinyatakan dalam bentuk proporsional sesuai dalam persamaan (2.23).

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.23)$$

Persamaan (2.23) menunjukkan bahwa distribusi *posterior* merupakan kombinasi antara distribusi *prior* dan data observasi yang digunakan untuk membangun fungsi *likelihood*. Distribusi *prior* merupakan informasi awal yang dibutuhkan dalam membentuk distribusi *posterior*, selain juga dibutuhkan informasi dari sampel yang dinyatakan melalui *likelihood* (Box & Tiao, 1973). Secara garis besar terdapat empat macam distribusi *prior*.

1. *Conjugate* dan *non conjugate prior*, merupakan *prior* yang ditentukan berdasarkan pola *likelihood* data. Jika sesuai dengan *likelihood* data maka disebut *conjugate prior* dan jika tidak sesuai dengan *likelihood* data disebut *non conjugate prior* (Ntzoufras, 2009).
2. *Proper* dan *improper prior*, merupakan *prior* yang tergantung pada pemberian pembobotan atau densitas di setiap titik sehingga terdistribusi secara uniform atau tidak (Ntzoufras, 2009).
3. *Informative* dan *non informative prior*, merupakan *prior* yang terkait diketahui atau tidaknya pola atau frekuensi distribusi dari data (Box & Tiao, 1973).
4. *Pseudo prior*, merupakan *prior* yang terkait pemberian nilai-nya yang disetarakan dengan hasil elaborasi pendapat kaum *frequentist* (Carlin & Chib, 1995).

## 2.9 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Pada metode Bayesian, penentuan distribusi *posterior* sulit dilakukan karena melibatkan persamaan integral yang sangat kompleks. Salah satu solusi untuk mengatasi masalah ini adalah dengan menggunakan pendekatan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) sangat efektif dalam menyelesaikan permasalahan integral yang kompleks (Carlin & Chib, 1995). MCMC merupakan metode untuk membangkitkan variabel random yang didasarkan pada penyusunan *Markov Chain* dengan menggunakan simulasi *Monte Carlo* yang beriterasi hingga mendapatkan distribusi *posterior* yang konvergen (Ntzoufras, 2009).

*Markov Chain* merupakan suatu proses stokastik dari  $\{\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(T)}\}$  yang memenuhi persamaan (2.24).

$$f(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) = f(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}) \quad (2.24)$$

Dengan distribusi dari  $\theta$  pada saat  $t+1$  hanya dipengaruhi oleh satu nilai sebelumnya atau  $t$  saja, sehingga  $f(\theta^{(t+1)}|\theta^{(t)})$  bersifat independen pada waktu  $t$ . Ketika  $t \rightarrow \infty$  distribusi dari  $\theta^{(t)}$  akan konvergen menuju distribusi tertentu, di mana  $\theta^{(t)}$  independen terhadap nilai awal dari rantai tersebut,  $\theta^{(0)}$  (Ntzoufras, 2009).

Proses MCMC dilakukan dengan cara membangkitkan *Markov Chain* yang konvergen terhadap distribusi target, yaitu distribusi *posterior* dari parameter yang diestimasi. Kondisi ini disebut sebagai kondisi stasioner atau *equilibrium*. Langkah-langkah mendapatkan *posterior* dengan menggunakan MCMC adalah sebagai berikut (Ntzoufras, 2009).

1. Menentukan *initial value* (nilai awal),  $\theta^{(0)}$ .
2. Membangkitkan  $T$  sampel  $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(T)}\}$  dari distribusi *posterior*,  $f(\theta|y)$  secara *full conditional*.  $T$  sampel bisa dibangkitkan dengan *Gibbs Sampling* yang dijelaskan pada subbab 2.11.
3. Memperhatikan konvergensi algoritma, jika belum konvergen maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang  $B$  sampel pertama (*burn in*).
5. Menggunakan  $\{\theta^{(B+1)}, \theta^{(B+2)}, \dots, \theta^{(T)}\}$  sebagai sampel untuk analisis *posterior*.
6. Membuat plot distribusi *posterior*.
7. Mendapatkan ringkasan distribusi *posterior* seperti *mean*, *median*, standar deviasi, kuantil, korelasi).

## 2.10 Gibbs Sampling

Dua metode MCMC yang paling populer adalah *Metropolis-Hastings* dan *Gibbs sampling*. *Gibbs sampling* diperkenalkan oleh Geman dan Geman (1984) yang merupakan kasus khusus dari

*Metropolis-Hasting*. Meskipun begitu, *Gibbs sampling* dianggap Teknik simulasi sendiri karena populeritas dan efisien dalam membangkitkan bilangan random (Ntzoufras, 2009). *Gibbs sampling* didefinisikan sebagai teknik untuk membangkitkan variabel random dari suatu distribusi marginal secara langsung tanpa harus menghitung fungsi densitas distribusi tersebut. Proses *Gibbs sampling* meliputi pengambilan sampel dengan membangkitkan serangkaian *Gibbs sequence* dari variabel random berdasarkan sifat-sifat dasar proses *Markov Chain* (Casella & George, 1992).

Langkah-langkah *Gibbs sampling* adalah sebagai berikut (Ntzoufras, 2009).

1. Menetapkan nilai awal  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Untuk  $t=1,2,\dots,T$ , ulangi langkah berikut.
  - a. Menentukan  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
  - b. Untuk  $r=1,2,\dots,d$ , update  $\theta_r$  dari  $\theta_r \sim f(\theta_r | \boldsymbol{\theta}_{\setminus r}, \mathbf{y})$
  - c. Menentukan  $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$  dan menggunakannya untuk membangkitkan iterasi ke  $t+1$ . Berikut merupakan proses sampling untuk mendapatkan nilai  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$  pada distribusi MSTBurr,
 
$$\begin{aligned} \mu^{(t)} &\text{ dari } f(\mu | \phi^{(t-1)}, \alpha^{(t-1)}, \mathbf{y}), \\ \phi^{(t)} &\text{ dari } f(\phi | \mu^{(t)}, \alpha^{(t-1)}, \mathbf{y}), \\ \alpha^{(t)} &\text{ dari } f(\alpha | \mu^{(t)}, \phi^{(t)}, \mathbf{y}). \end{aligned} \tag{2.25}$$

Pembangkitan nilai dari persamaan (2.25) atau  $f(\theta_r | \boldsymbol{\theta}_{\setminus r}, \mathbf{y})$  relatif mudah karena merupakan distribusi univariat dan dapat ditulis sebagai  $f(\theta_r | \boldsymbol{\theta}_{\setminus r}, \mathbf{y}) \propto f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y})$  atau sesuai persamaan (2.23), dimana semua variabel lain kecuali  $\theta_j$  adalah konstan (Ntzoufras, 2009).

## 2.11 Penentuan Jumlah Kluster Terbaik

Salah satu ukuran untuk menentukan jumlah kluster terbaik adalah dengan menggunakan *Silhouette Coefficient* (*SC*). Untuk mendapatkan nilai *SC* diperlukan langkah-langkah sebagai berikut (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005).

1. Menghitung  $a_i^j$  yang merupakan rata-rata jarak data ke- $i$  dengan data lainnya dalam satu kluster atau dapat dituliskan dalam persamaan (2.26).

$$a_i^j = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{n_j} d(y_i^j, y_r^j), i = 1, 2, \dots, n_j, \quad (2.26)$$

dengan  $d(y_i^j, y_r^j)$  merupakan *squared euclidean distance* dimana,  $d(y_i^j, y_r^j) = (y_i^j - y_r^j)^2$ .

2. Menghitung  $b_i^j$  yang merupakan minimum dari rata-rata jarak data ke- $i$  terhadap data lainnya bukan dalam kluster yang sama atau dapat dituliskan dalam persamaan (2.27).

$$b_i^j = \min_{\substack{j=1, \dots, k \\ j \neq s}} \left\{ \frac{1}{n_s} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{n_s} d(y_i^j, y_r^s) \right\}, i = 1, 2, \dots, n_j \quad (2.27)$$

3. Menghitung nilai *SC* pada data ke  $i$  dan kluster ke  $j$  yang dirumuskan dalam persamaan (2.28).

$$SC_i^j = \frac{b_i^j - a_i^j}{\max(a_i^j, b_i^j)} \quad (2.28)$$

4. Menghitung *SC* kluster ke  $j$  yang dirumuskan dalam persamaan (2.29).

$$SC_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} SC_i^j \quad (2.29)$$

5. Menghitung  $SC$  keseluruhan yang dirumuskan dalam persamaan (2.30).

$$SC = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K SC_j \quad (2.30)$$

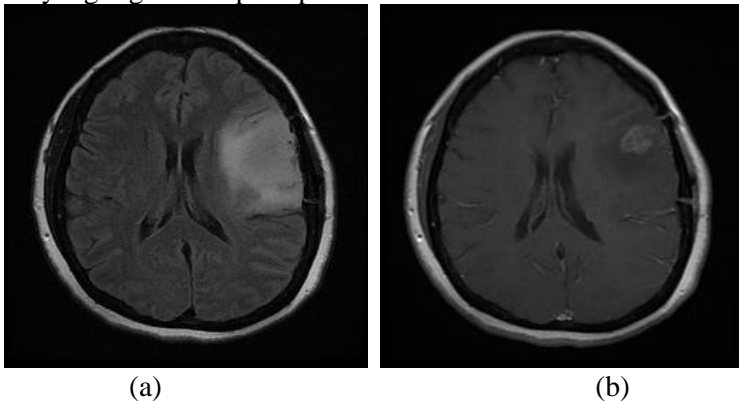
Nilai  $SC$  mempunyai *range* antara -1 sampai 1, nilai negatif mengindikasikan data tersebut tidak tepat berada dalam klaster yang diikutinya. Jika nilai  $SC$  semakin mendekati 1 mengindikasikan semakin tepatnya data tersebut berada dalam klaster yang diikuti. Sedangkan nilai  $SC$  sebesar 0 maka data tersebut berada di perbatasan antara dua klaster (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005).



## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari rekam medis citra MRI tumor otak di RSUD Dr. Soetomo Surabaya. Data yang dipakai adalah *sequence ax T2 Flair IM21* dan *ax T1 memp+C IM8* yang merupakan rekomendasi dari sudut pandang medis. Gambar 3.1 menunjukkan data yang digunakan pada penelitian ini.



(a) (b)  
**Gambar 3.1** (a) Data MRI Tumor Otak *Sequence Ax T2 Flair IM21* dan (b) *Sequence Ax T1 Memp+C IM8*

### 3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah besarnya intensitas keabuan di tiap-tiap *pixel* citra MRI yang disebut *grayscale*. Skala pengukuran *grayscale* adalah interval dengan skala 0-255.

### 3.3 Struktur Data

Intensitas citra MRI tumor otak pada masing-masing *sequence* dapat direpresentasikan menjadi sebuah *matrix* berukuran  $256 \times 256$  dengan struktur data yang disajikan pada Tabel 3.1.

**Tabel 3.1** Struktur Data

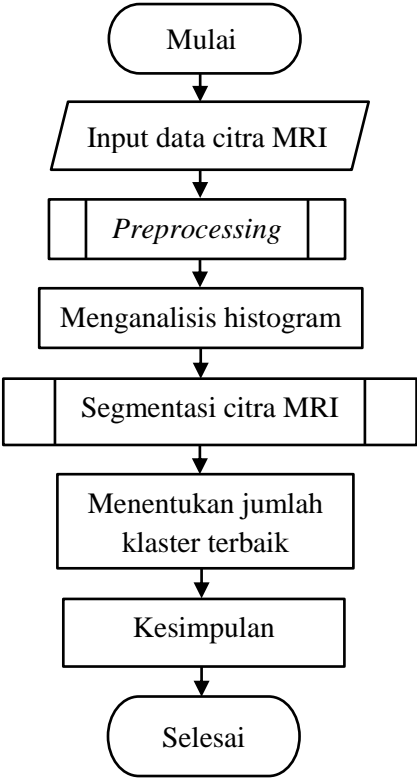
Baris $i$	Kolom $j$	Intensitas
1	1	$y_{(1,1)}$
1	2	$y_{(1,2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
1	256	$y_{(1,256)}$
2	1	$y_{(2,1)}$
2	2	$y_{(2,2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
2	256	$y_{(2,256)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
256	1	$y_{(256,1)}$
256	2	$y_{(256,2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
256	256	$y_{(256,256)}$

### 3.4 Langkah Analisis

Segmentasi citra akan dilakukan pada 2 citra MRI yaitu *sequence ax T2 Flair slice* ke 18 dan *ax T1 memp+C slice* ke 18. Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini.

1. Input data citra MRI tumor otak.
2. *Preprocessing* data citra MRI tumor otak dengan langkah-langkah sebagai berikut.
  - a. Melakukan *thresholding* untuk mendapatkan citra biner.
  - b. Menentukan garis tengkorak kepala yaitu dengan cara mencari *pixel* pertama dan terakhir berwarna putih pada setiap barisnya.
  - c. Mengisi area di dalam garis tengkorak kepala dengan warna putih (objek).
  - d. Melakukan pengurangan citra pada hasil langkah c. dengan hasil *thresholding*.
  - e. Melakukan proses *opening* untuk menghilangkan *pixel* yang kecil.
  - f. Melakukan proses deteksi tepi menggunakan *operator sobel*.

- g. Melakukan proses *closing* pada citra hasil deteksi tepi.
  - h. Menggabungkan citra hasil *closing* deteksi tepi dan citra setelah proses *opening*.
  - i. Mengisi area dalam kepala setelah proses penggabungan dengan warna putih (objek).
  - j. Melakukan pengurangan citra pada hasil langkah h dengan hasil langkah g untuk mendapatkan area otak.
  - k. Melakukan proses *opening* untuk menghilangkan *pixel* yang kecil.
  - l. Mengembalikan citra ke dalam *pixel grayscale* sesuai data awal.
3. Menganalisis histogram sebelum dan sesudah proses *preprocessing*.
  4. Melakukan segmentasi citra MRI tumor otak dengan menggunakan *MSTburr Mixture Model* pendekatan Bayesian dengan langkah-langkah sebagai berikut.
    - a. Menentukan jumlah komponen *mixture*.
    - b. Menentukan distribusi *prior* untuk masing-masing parameter yang akan diestimasi.
    - c. Melakukan estimasi parameter.
    - d. Mengidentifikasi anggota klaster dari tiap komponen *mixture*.
  5. Menentukan jumlah klaster terbaik dengan *silhouette coefficient* dan subjektifitas medis.
  6. Membuat kesimpulan.
- Langkah analisis tersebut dapat digambarkan dengan diagram alir pada Gambar 3.2.



**Gambar 3.2** Diagram Alir Penelitian

## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Untuk menjawab tujuan dari penelitian, yaitu mendapatkan segmentasi citra MRI tumor otak menggunakan *Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr) *Mixture Model* dengan pendekatan Bayesian. Maka dilakukan beberapa tahapan, yaitu pembentukan model MSTBurr *Mixture Model* dan estimasi parameternya secara *fully* Bayesian, serta mengimplementasikan pada suatu data untuk mendapatkan hasil segmentasi citra.

### 4.1 Pengembangan Algoritma Estimasi Parameter *Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr) *Mixture Model*

*Modified Stable Student-t Burr* (MSTBurr) *Mixture Model* digunakan dalam membentuk kelompok-kelompok untuk segmentasi citra MRI tumor otak. Penggunaan MSTBurr *mixture model* didasari karena *Gaussian Mixture Model* (GMM) memiliki kelemahan yaitu kurang fleksibel terhadap bentuk data, sehingga diharapkan lebih mampu menghasilkan segmentasi citra MRI tumor otak yang lebih baik.

Pendekatan *fully* Bayesian digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter dari model MSTBurr *Mixture Model*. Untuk itu perlu dibangun distribusi posterior yang diperoleh dari perkalian antara *likelihood* dan distribusi *prior*. Berdasarkan persamaan (2.19) dibentuk *mixture model* seperti pada persamaan (2.14) untuk membentuk MSTBurr *mixture model* pada persamaan (4.1).

$$f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = \sum_{j=1}^K w_j \left( \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \right) \times \left( \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j}} \right)^{-(\alpha_j+1)} \quad (4.1)$$

Berdasarkan metode bayesian, distribusi posterior dibentuk dari fungsi *likelihood* dan distribusi *prior*. Fungsi *likelihood* dari MSTBurr *mixture model* dirumuskan dengan persamaan (4.2).

$$L(\mathbf{y}|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^K w_j \left( \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \times \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)^{-(\alpha_j+1)} \right) \quad (4.2)$$

Pada model *mixture* terdapat terdapat variabel latent yang telah dijelaskan pada sub bab 2.6, dimana variabel *latent* tersebut mengikuti distribusi multinomial dengan fungsi densitas yang dirumuskan pada persamaan (4.3).

$$f(z_{i1}, \dots, z_{iK} | w_1, \dots, w_K) = \frac{1}{z_{i1}! \dots z_{iK}!} \prod_{j=1}^K w_j^{z_{ij}} \propto \prod_{j=1}^K w_j^{z_{ij}}, \quad (4.3)$$

dimana antar  $z_i$  saling independent, sehingga fungsi densitas bersama adalah seperti pada persamaan (4.4).

$$f(z|w) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K w_j^{z_{ij}}, \quad (4.4)$$

sehingga dengan memperhatikan variabel latent  $z_i$ , fungsi *likelihood* pada persamaan (4.2) akan menjadi persamaan (4.5).

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{y}, \mathbf{z} | n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) &= f(\mathbf{y} | \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) f(\mathbf{z} | \mathbf{y}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) \\
 &= f(\mathbf{y} | \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) f(\mathbf{z} | w_j)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K \left[ \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)^{-(\alpha_j+1)} \right]^{z_{ij}} \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K w_j^{z_{ij}}$$

Penentuan distribusi *prior* untuk distribusi MSTBurr telah dibahas oleh Iriawan (2000), sedangkan *prior* untuk proporsi komponen distribusi *mixture* dibahas oleh Gelman, et al. (2014). Sehingga distribusi *prior* untuk masing-masing parameter adalah sebagai berikut :

$$\mu_j \sim \text{Gaussian}(\omega, \sigma^2)$$

$$\phi_j \sim \text{Invers Gamma}(a, b)$$

$$\alpha_j \sim \text{Generalised Symmetrical Beta}(\tau, \tau, l, u)$$

$$w_j \sim \text{Dirichlet}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$$

Setelah diketahui fungsi likelihood dan distribusi *prior* selanjutnya mendapatkan distribusi posterior. Distribusi *full conditional posterior* diperlukan untuk membangkitkan nilai parameter yang akan diestimasi dalam *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Distribusi *full conditional posterior* didapatkan dengan mengalihkan fungsi likelihood dan distribusi *prior* pada parameter yang akan dicari Distribusi *full conditional posterior*nya. Berikut adalah Distribusi *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter.

a. *Posterior* untuk parameter  $\alpha_j, j=1, 2, \dots, K$

Seperti yang telah dibahas sebelumnya bahwa distribusi *prior* untuk  $\alpha_j$  adalah distribusi *Generalised Symmetrical Beta*  $(\tau, \tau, l, u)$  dengan fungsi densitas seperti pada persamaan (4.6).

$$g(\alpha_j) = \frac{\Gamma(2\tau_j) \left( (\alpha_j - l_j)(u_j - \alpha_j) \right)^{\tau_j - 1}}{\Gamma(\tau_j)^2 R^{(2\tau_j - 1)}}, \quad (4.6)$$

$$u > l \geq 0, R = u - l, \tau \geq 1$$

sehingga *full conditional posterior* untuk  $\alpha_j$  ditunjukkan oleh persamaan (4.7).

$$\begin{aligned} f(\alpha_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \mu_j, \phi_j, w_j) &\propto f(\mathbf{y} | \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) g(\alpha_j) \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K \left( \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \right) \times \\ &\quad \left( \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j}} \right)^{-(\alpha_j + 1)} \right)^{z_{ij}} \times \\ &\quad \frac{\Gamma(2\tau_j) \left( (\alpha_j - l_j)(u_j - \alpha_j) \right)^{\tau_j - 1}}{\Gamma(\tau_j)^2 R^{(2\tau_j - 1)}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ditambahkan operasi  $\ln$  pada persamaan (4.7) untuk menyederhanakan persamaan tersebut. Selain itu semua parameter yang tidak mengandung parameter  $\alpha_j$  akan dijadikan satu menjadi *constant*, sehingga didapatkan hasil pada persamaan (4.8).



$$\begin{aligned}
\ln f\left(\alpha_j \mid \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \mu_j, \phi_j, w_j\right) &= \text{constant} + (\tau_j - 1) \left( \ln(\alpha_j - l_j) \right) \\
&+ \ln(u_j - \alpha_j) - \sum_{j=1}^K z_{ij} \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - \left( (\alpha_j + 1) \sum_{j=1}^K z_{ij} \right) \times \\
&\sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)
\end{aligned} \quad (4.8)$$

karena  $\sum_{j=1}^K z_{ij} = 1$ , maka persamaan (4.8) menjadi persamaan (4.9).

$$\begin{aligned}
\ln f\left(\alpha_j \mid \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \mu_j, \phi_j, w_j\right) &= \text{constant} + (\tau_j - 1) \left( \ln(\alpha_j - l_j) \right) \\
&+ \ln(u_j - \alpha_j) - \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - ((\alpha_j + 1)) \times \\
&\sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)
\end{aligned} \quad (4.9)$$

b. *Posterior* untuk parameter  $\mu_j, j=1, 2, \dots, K$

Setelah diketahui bahwa distribusi *prior* untuk  $\mu_j$  adalah distribusi *Gaussian* ( $\omega, \sigma^2$ ) dengan fungsi densitas seperti pada persamaan (4.10).

$$g(\alpha_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\mu_j - \omega_j}{\sigma_j} \right)^2 \right), \quad (4.10)$$

sehingga *full conditional posterior* untuk  $\mu_j$  ditunjukkan oleh persamaan (4.11).

$$\begin{aligned}
 f(\mu_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \phi_j, w_j) &\propto f(\mathbf{y} | \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) g(\mu_j) \\
 &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K \left( \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \right) \times \\
 &\quad \left( \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j}} \right)^{-(\alpha_j + 1)} \right)^{z_{ij}} \times \\
 &\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\mu_j - \omega_j}{\sigma_j} \right)^2 \right)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Ditambahkan operasi  $\ln$  pada persamaan (4.11) untuk menyederhanakan persamaan tersebut dan semua parameter yang tidak mengandung parameter  $\mu_j$  akan dijadikan satu menjadi *constant*. Sehingga didapatkan hasil pada persamaan (4.12).

$$\begin{aligned}
 \ln f(\mu_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \phi_j, w_j) &= \text{constant} - \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_j - \omega_j}{\sigma_j} \right)^2 \\
 &\quad - \sum_{j=1}^K z_{ij} \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - \left( (\alpha_j + 1) \sum_{j=1}^K z_{ij} \right) \times \\
 &\quad \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

karena  $\sum_{j=1}^K z_{ij} = 1$ , maka persamaan (4.12) menjadi persamaan (4.13).

$$\begin{aligned} \ln f\left(\mu_j \mid \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \phi_j, w_j\right) = & \text{constant} - \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_j - \omega_j}{\sigma_j} \right)^2 \\ & - \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - \left( (\alpha_j + 1) \right) \times \\ & \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

c. *Posterior* untuk parameter  $\phi_j, j=1,2,\dots,K$

*Prior* untuk  $\phi_j$  adalah distribusi *Invers Gamma*( $a, b$ ) dengan fungsi densitas seperti pada persamaan (4.14).

$$g(\phi_j) = \frac{b_j^{a_j} \phi_j^{-(a_j+1)} \exp\left(-b_j / \phi_j\right)}{\Gamma(a_j)}, \quad (4.14)$$

sehingga *full conditional posterior* untuk  $\phi_j$  ditunjukkan oleh persamaan (4.15).

$$\begin{aligned}
f(\phi_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, w_j) &\propto f(\mathbf{y} | \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) g(\phi_j) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K \left( \frac{k}{\phi_j} \exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right) \right) \times \\
&\quad \left( \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j}} \right)^{-(\alpha_j+1)} \right)^{z_{ij}} \times \\
&\quad \frac{b_j^{a_j} \phi_j^{-(a_j+1)} \exp \left( -b_j / \phi_j \right)}{\Gamma(a_j)}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Ditambahkan operasi  $\ln$  pada persamaan (4.15) untuk menyederhanakan persamaan tersebut dan semua parameter yang tidak mengandung parameter  $\phi_j$  akan dijadikan satu menjadi *constant*. Sehingga didapatkan hasil pada persamaan (4.16).

$$\begin{aligned}
\ln f(\phi_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \mu_j, w_j) &= \text{constant} - (a_j + 1) \ln(\phi_j) \\
&\quad - \frac{b_j}{\phi_j} - \sum_{j=1}^K z_{ij} \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - \left( (\alpha_j + 1) \sum_{j=1}^K z_{ij} \right) \\
&\quad \times \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

karena  $\sum_{j=1}^K z_{ij} = 1$ , maka persamaan (4.16) menjadi persamaan (4.17).

$$\begin{aligned}
\ln f(\phi_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n, \alpha_j, \mu_j, w_j) &= \text{constant} - (a_j + 1) \ln(\phi_j) \\
&- \frac{b_j}{\phi_j} - \sum_{i=1}^n k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) - ((\alpha_j + 1)) \\
&\times \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \frac{\exp \left( -k \left( \frac{y_i - \mu_j}{\phi_j} \right) \right)}{\alpha_j} \right)
\end{aligned} \quad , \quad (4.17)$$

d. *Posterior* untuk parameter  $w_j, j=1,2,\dots,K$

*Prior* untuk  $w_j$  adalah distribusi *Dirichlet*  $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K)$  fungsi densitas untuk order  $K \geq 2$  dengan parameter  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_K)$  ditunjukkan oleh persamaan (4.17).

$$g(w_j) = \frac{1}{B(\boldsymbol{\beta})} \prod_{j=1}^K w_j^{\beta_j - 1}, \quad (4.17)$$

dimana  $B(\boldsymbol{\beta})$  merupakan *multinomial beta function* yang dapat

$$\text{diekspresikan dengan fungsi gamma, sehingga } B(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\prod_{j=1}^K \Gamma(\beta_j)}{\Gamma\left(\sum_{j=1}^K \beta_j\right)}$$

dan dimasukkan ke dalam persamaan (4.17) dengan mengasumsikan  $\beta_j = 1$ . Didapatkan menjadi persamaan (4.18).

$$\begin{aligned}
g(w_j) &= \frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^K \beta_j\right)}{\prod_{j=1}^K \Gamma(\beta_j)} \prod_{j=1}^K w_j^{\beta_j-1} \\
&= \frac{\Gamma\left(\sum_{j=1}^K 1\right)}{\prod_{j=1}^K \Gamma(1)} \prod_{j=1}^K w_j^0, \\
&= \frac{\Gamma(K)}{\prod_{j=1}^K \Gamma(1)} = \frac{(K-1)!}{\prod_{j=1}^K (1)} = (K-1)!
\end{aligned} \tag{4.18}$$

sehingga *full conditional posterior* untuk  $w_j$  ditunjukkan oleh persamaan (4.19).

$$\begin{aligned}
f(w_j | \mathbf{y}, \mathbf{z}, n_j, \alpha_j, \phi_j) &\propto f(\mathbf{z} | w_j) g(w_j) \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^K w_j^{z_{ij}} (K-1)! \\
&= \prod_{j=1}^K w_j^{\sum_{i=1}^n z_{ij}} (K-1)! \\
&\propto \prod_{j=1}^K w_j^{\sum_{i=1}^n z_{ij}} = \prod_{j=1}^K w_j^{\left(\sum_{i=1}^n z_{ij} + 1\right) - 1}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Berdasarkan persamaan (4.19) dapat dilihat bahwa *full conditional posterior* untuk  $w_j$  mengikuti distribusi *Dirichlet*

$$\left( 1 + \sum_{i=1}^n z_{i1}, \dots, 1 + \sum_{i=1}^n z_{iK} \right).$$

e. *Posterior* untuk  $z_i, i=1,2,\dots,n$

Seperti yang dibahas sebelumnya, bahwa variable latent  $z_{ij}$  untuk  $i=1,2,\dots,n$  dan  $j=1,2,\dots,K$  hanya memiliki 2 kemungkinan, yaitu 0 atau 1. Sehingga berdasarkan teorema bayes di dapatkan didapatkan persamaan (4.20) dan (4.21).

$$\begin{aligned}
 & f(z_{ij}=1 | y_i, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) \\
 &= \frac{f(y_i | z_{ij}=1, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) f(z_{ij}=1 | y_i, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j)}{\sum_{j=1}^K f(y_i | z_{ij}=1, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) f(z_{ij}=1 | y_i, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j)} \\
 &= \frac{f(y_i | z_{ij}=1, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) f(z_{ij}=1 | w_j)}{\sum_{j=1}^K f(y_i | z_{ij}=1, n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) f(z_{ij}=1 | w_j)} \quad , (4.20) \\
 &= \frac{f(y_i | n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{\sum_{j=1}^K f(y_i | n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j} \\
 &= \frac{f(y_i | n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{f(y_i)}
 \end{aligned}$$

Untuk  $z_{ij}$  yang sama dengan 0 maka,

$$f(z_{ij}=0 | y_i, n, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = 1 - \frac{f(y_i | n, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{f(y_i)} \quad (4.21)$$

Berdasarkan persamaan (4.20) dan (4.21) diketahui bahwa  $z_{ij}$  mengikuti distribusi *Bernoulli*  $\left( \frac{f(y_i | n, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{f(y_i)} \right)$  dan

untuk  $z_i$ , dimana  $z_i = (z_{ij})_{j=1}^K$  mengikuti distribusi *Multinomial*

$$(1, \gamma_1, \dots, \gamma_K) \text{ dimana } \gamma_{ij} = \frac{f(y_i | n, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{f(y_i)}.$$

Setelah didapatkan *full conditional posterior* untuk masing-masing parameter, selanjutnya membentuk algoritma *gibbs sampling* dengan  $K$  komponen *mixture*. Berikut adalah algoritma *gibbs sampling* untuk mendapatkan estimasi parameter MSTBurr *Mixture Model* dengan  $K$  komponen *mixture*.

1. Menentukan nilai awal untuk masing-masing parameter  $(z_{1j}^0, \dots, z_{nj}^0, \alpha_1^0, \dots, \alpha_K^0, \mu_1^0, \dots, \mu_K^0, \phi_1^0, \dots, \phi_K^0, w_1^0, \dots, w_K^0)$
2. Melakukan update nilai parameter setiap  $t = 1, 2, \dots, T$ , dimana :
  - a. Update nilai  $\alpha_j, j=1, 2, \dots, K$  dengan membangkitkan  $\alpha_j^t$  sesuai dengan persamaan (4.9).
  - b. Update nilai  $\mu_j, j=1, 2, \dots, K$  dengan membangkitkan  $\mu_j^t$  sesuai dengan persamaan (4.13).
  - c. Update nilai  $\phi_j, j=1, 2, \dots, K$  dengan membangkitkan  $\phi_j^t$  sesuai dengan persamaan (4.17).
  - d. Update nilai  $w_j, j=1, 2, \dots, K$  dengan membangkitkan  $w_j^t$  sesuai distribusi *Dirichlet*  $\left(1 + \sum_{i=1}^n z_{i1}, \dots, 1 + \sum_{i=1}^n z_{iK}\right)$ .
  - e. Update nilai  $z_i, i=1, 2, \dots, n$  dengan membangkitkan  $z_i^t$  sesuai distribusi *Multinomial*  $(1, \gamma_1, \dots, \gamma_K)$ , dengan  $\gamma_{ij} = \frac{f(y_i | n, \alpha_j, \mu_j, \phi_j) w_j}{f(y_i)}$ .
3. Mengulangi tahap 2 sebanyak  $T$  hingga konvergen.



## 4.2 Implementasi *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model* untuk Segmentasi Citra MRI Tumor Otak

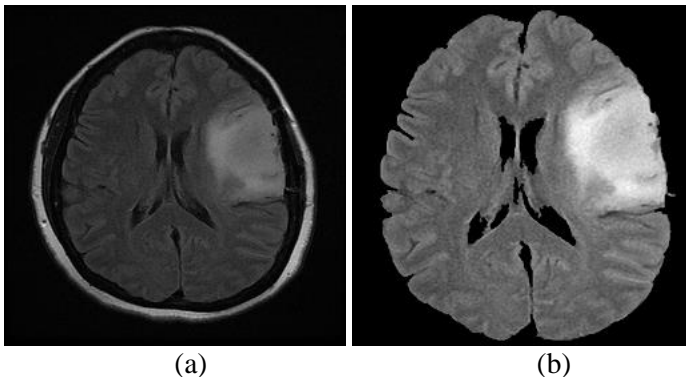
Setelah didapatkan inferensi Bayesian dan algoritma *MSTBurr Mixture Model*, selanjutnya dilakukan implementasi untuk segmentasi citra MRI tumor otak. Berikut adalah implementasi model *MSTBurr Mixture Model* untuk segmentasi citra MRI tumor otak.

### 4.2.1 *Preprocessing* Citra MRI Tumor Otak

Sebelum dilakukan segmentasi, data citra MRI tumor otak akan dilakukan *preprocessing* terlebih dahulu. *Preprocessing* dilakukan untuk menghilangkan bagian tengkorak pada citra MRI tumor otak dengan tujuan mempermudah proses segmentasi citra. Terdapat 2 citra yang digunakan pada penelitian ini, yaitu citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* dan *Sequence ax T1 memp+C IM8*.

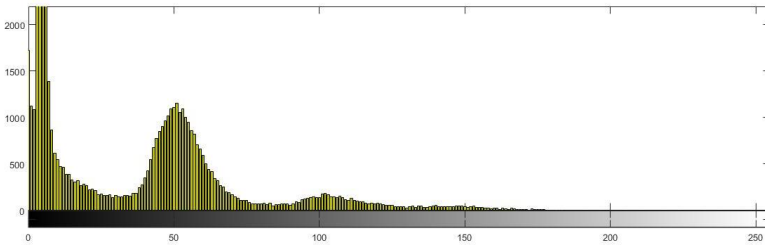
#### a. *Preprocessing* Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Hasil *preprocessing* citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* ditunjukkan pada Gambar 4.1 (b). Terlihat bahwa bagian luar otak (tengkorak kepala) telah dihilangkan. Hal ini karena fokus segmentasi dilakukan pada bagian otak, sehingga data yang digunakan pada penelitian ini adalah citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*.



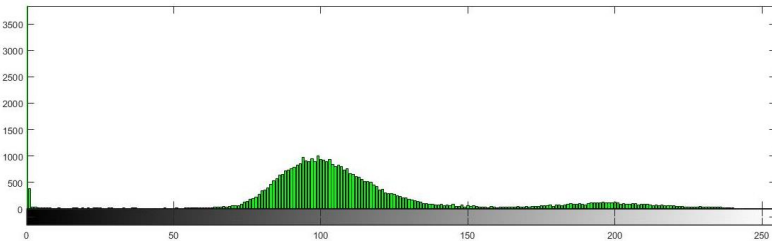
**Gambar 4.1** (a) Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* sebelum dan (b) Sesudah *Preprocessing*

Hasil *preprocessing* menunjukkan perubahan pada pola penyebaran data. Gambar 4.2 adalah histogram citra sebelum dilakukan *preprocessing*, dimana terdapat 4 puncak yang terlihat secara visualisasi histogram. Puncak histogram mengidentifikasi banyak model *mixture* yang akan terbentuk.



**Gambar 4.2** Histogram Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21 sebelum *Preprocessing*

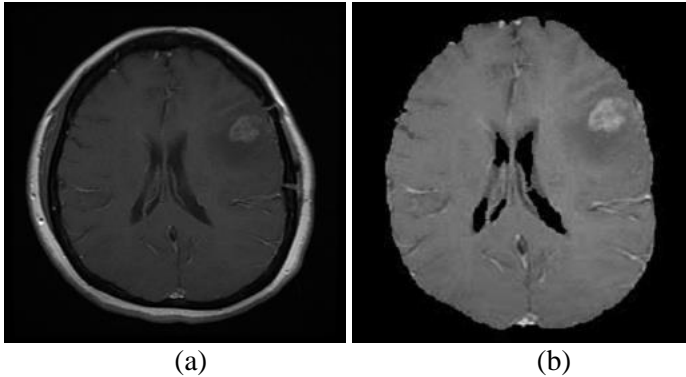
Histogram citra setelah *preprocessing* ditunjukkan oleh Gambar 4.3, dimana terlihat terdapat 3 puncak histogram yang terlihat secara visualisasi histogram. Tetapi untuk segmentasi dilakukan beberapa percobaan untuk klaster yang terbentuk.



**Gambar 4.3** Histogram Citra MRI Sequence ax T2 Flair Setelah *Preprocessing*

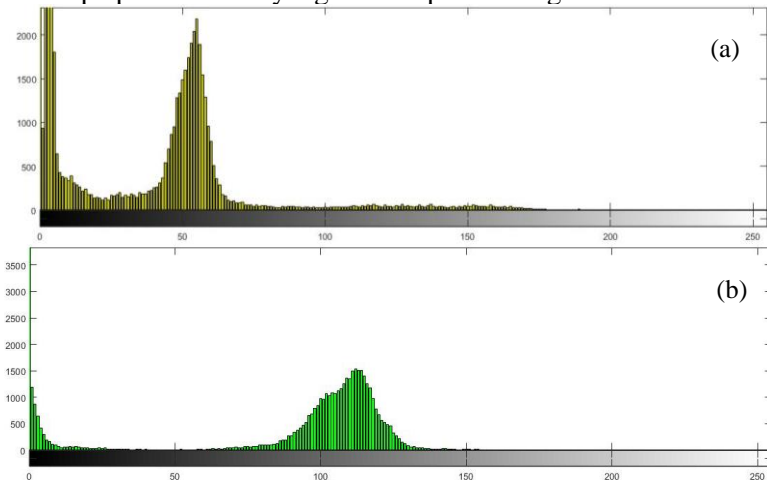
b. *Preprocessing* Citra MRI Sequence ax T1 memp+C IM8

Setiap data yang akan dianalisis akan dilakukan proses *preprocessing* untuk menghilangkan bagian luar otak (tengkorak kepala). Hasil *preprocessing* citra MRI Sequence ax T1 memp+C IM8 ditunjukkan oleh Gambar 4.4 (b). Terlihat bahwa perbedaan antara citra sebelum *preprocessing* (Gambar 4.4 (a)) dan sesudah (Gambar 4.4 (b)) adalah bagian lingkaran tengkorak kepala yang telah dihilangkan di *preprocessing*.



**Gambar 4.4** (a) Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* sebelum dan (b) Sesudah *Preprocessing*

Hasil *preprocessing* menunjukkan perubahan pada pola penyebaran data. Gambar 4.5 adalah histogram citra sebelum dilakukan *preprocessing*, dimana semakin ke kanan menunjukkan bahwa warna citra MRI yang semakin putih. Puncak histogram yang paling terlihat pada Gambar 4.5 adalah 2, tetapi terdapat beberapa puncak kecil yang terlihat pada histogram.



**Gambar 4.5** (a) Histogram Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* sebelum dan (b) Sesudah *Preprocessing*

Gambar 4.5 (b) menunjukkan histogram citra hasil *preprocessing*, dimana puncak yang terlihat hanya terdapat 2. Hal ini karena citra didominasi oleh gambar latar belakang yang berwarna gelap, sehingga banyaknya intensitas warna gelap yang banyak. Tetapi untuk segmentasi di-lakukan beberapa percobaan untuk klaster yang terbentuk

#### 4.2.2 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model* pada Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21

Citra hasil *preprocessing* akan dilakukan segmentasi dengan beberapa jumlah klaster yang nantinya akan dilakukan pemilihan hasil klaster atau segmentasi yang terbaik. Berikut adalah hasil segmentasi dengan jumlah klaster tertentu.

a. Segmentasi dengan 2 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 2 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.1. Hasil estimasi tersebut digunakan untuk mendapatkan hasil segmentasi dengan 2 klaster.

**Tabel 4.1** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 2 Klaster pada Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,377	0,161	2,058	0,657	24701
2	0,623	118,208	98,891	31,577	40835

Berdasarkan Tabel 4.1 didapatkan model MSTBurr *mixture model* seperti pada persamaan (4.22)

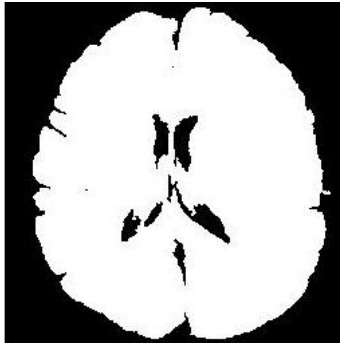
$$\begin{aligned}
f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
0,377 \left( \frac{k}{2,058} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,161}{2,058} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,161}{2,058} \right) \right)}}{0,657} \right)^{-(0,657+1)} \right) & , (4.22) \\
+ 0,623 \left( \frac{k}{98,891} e^{\left( -k \left( \frac{y-118,208}{98,891} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-118,208}{98,891} \right) \right)}}{31,577} \right)^{-(31,577+1)} \right) & 
\end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster yang ditunjukkan pada Tabel 4.2. Dimana pusat kluster 1 terletak pada *grayscale* 0,161 sedangkan pusat kluster 2 terletak pada *grayscale* 118,208.

**Tabel 4.2** Anggota Kluster Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 2 Kluster

Data ke-	Kluster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil kluster pada Tabel 4.3 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra (*grayscale*), dimana kluster 1 ditransformasi menjadi warna gelap dengan nilai 0 dan kluster 2 ditransformasi menjadi warna putih dengan nilai 255. Sehingga didapatkan hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.6.



**Gambar 4.6** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 2 Klaster

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 2 Klaster, hasil segmentasi hanya mampu menangkap bentuk otak dan latar belakang.

b. Segmentasi dengan 3 Klaster

Untuk mendapatkan hasil segmentasi maka terlebih dahulu dibentuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 3 klaster. Tabel 4.3 menunjukkan hasil estimasi untuk masing-masing parameter *MSTBurr mixture model* 3 klaster.

**Tabel 4.3** Parameter Model *MSTBurr Mixture Model* 3 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,379	0,375	4,579	1,462	24841
2	0,533	103,194	43,820	13,992	34962
3	0,087	197,263	59,059	18,858	5733

Berdasarkan Tabel 4.3 diketahui bahwa pusat klaster 1 terletak pada *grayscale* 0,375, pusat klaster 2 terletak pada *grayscale* 103,193 dan pusat klaster 3 terletak pada *grayscale* 197,225. Kemudian dibentuk model *MSTBurr mixture model* 3 klaster yang ditulis pada persamaan (4.23)

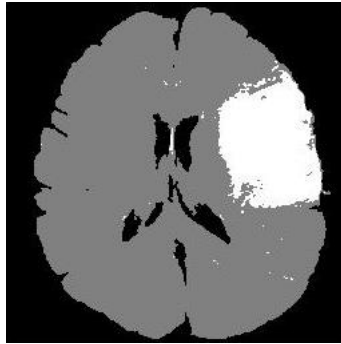
$$\begin{aligned}
f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
& 0,379 \left( \frac{k}{4,579} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,375}{4,579} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,375}{4,579} \right) \right)}}{1,462} \right)^{-(1,462+1)} \right) \\
& + 0,533 \left( \frac{k}{43,820} e^{\left( -k \left( \frac{y-103,194}{43,820} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-103,194}{43,820} \right) \right)}}{13,992} \right)^{-(13,992+1)} \right), (4.23) \\
& + 0,087 \left( \frac{k}{59,059} e^{\left( -k \left( \frac{y-197,263}{59,059} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-197,263}{59,059} \right) \right)}}{18,858} \right)^{-(18,858+1)} \right)
\end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster yang ditunjukkan pada Tabel 4.4.

**Tabel 4.4** Anggota Kluster Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21 3 Kluster

Data ke-	Kluster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil kluster pada Tabel 4.4 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.7.



**Gambar 4.7** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 3 Klaster

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 3 klaster, hasil segmentasi terdapat 3 warna. Yaitu warna hitam yang menunjukkan gambar latar belakang, warna abu-abu yang menunjukkan otak dan warna putih menunjukkan lokasi tumor otak. Hasil ini menunjukkan bahwa segmentasi dengan 3 klaster mampu mendapatkan ROI dari tumor otak.

c. Segmentasi dengan 4 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 4 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.5.

**Tabel 4.5** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 4 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,380	0,445	2,035	0,900	24878
2	0,378	94,865	11,410	5,048	24806
3	0,160	122,981	10,779	4,769	10477
4	0,082	199,908	20,038	8,866	5375

Berdasarkan Tabel 4.3 dibentuk model MSTBurr *mixture model* 4 klaster yang ditulis pada persamaan (4.24)



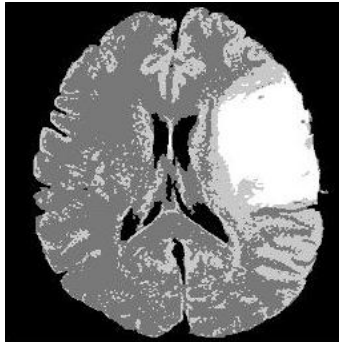
$$\begin{aligned}
& f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = \\
& 0,380 \left( \frac{k}{2,035} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{2,035} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{2,035} \right) \right)}}{0,9} \right)^{-(0,9+1)} \right) \\
& + 0,379 \left( \frac{k}{11,410} e^{\left( -k \left( \frac{y-94,865}{11,410} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-94,865}{11,410} \right) \right)}}{5,048} \right)^{-(5,048+1)} \right) \\
& + 0,16 \left( \frac{k}{10,779} e^{\left( -k \left( \frac{y-122,981}{10,779} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-122,981}{10,779} \right) \right)}}{4,769} \right)^{-(4,769+1)} \right) \\
& + 0,082 \left( \frac{k}{20,038} e^{\left( -k \left( \frac{y-199,908}{20,038} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-199,908}{20,038} \right) \right)}}{8,866} \right)^{-(8,866+1)} \right), (4.24)
\end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota klaster yang ditunjukkan pada Tabel 4.6.

**Tabel 4.6** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 4 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.6 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.7.



**Gambar 4.8** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 4 Klaster

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 4 klaster, ROI tumor otak mampu ditangkap oleh model yaitu pada gambar yang berwarna putih. Warna lain yaitu hitam menunjukkan latar belakang dan 2 warna abu-abu menunjukkan wilayah otak.

d. Segmentasi dengan 5 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 5 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.7.

**Tabel 4.7** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 5 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,380	0,445	8,676	1,378	24878
2	0,426	97,094	52,687	8,367	27956
3	0,113	127,206	46,009	7,306	7383
4	0,025	189,352	55,797	8,860	3651
5	0,056	221,811	44,676	7,094	1668

Berdasarkan Tabel 4.7 dibentuk model MSTBurr *mixture model* 5 klaster yang ditulis pada persamaan (4.25)

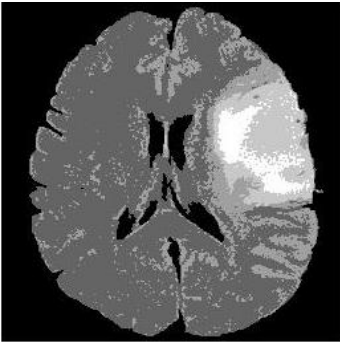
$$\begin{aligned}
& f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = \\
& 0,38 \left( \frac{k}{8,6767} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{8,676} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{8,676} \right) \right)}}{1,378} \right)^{-(1,378+1)} \right) \\
& + 0,426 \left( \frac{k}{52,687} e^{\left( -k \left( \frac{y-97,094}{52,687} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-97,094}{52,687} \right) \right)}}{8,367} \right)^{-(8,367+1)} \right) \\
& + 0,113 \left( \frac{k}{46,009} e^{\left( -k \left( \frac{y-127,206}{46,009} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-127,206}{46,009} \right) \right)}}{7,306} \right)^{-(7,306+1)} \right) \\
& + \dots \\
& + 0,056 \left( \frac{k}{44,676} e^{\left( -k \left( \frac{y-196,33}{44,676} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-196,33}{44,676} \right) \right)}}{7,094} \right)^{-(7,094+1)} \right), (4.25)
\end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster yang ditunjukkan pada Tabel 4.8.

**Tabel 4.8** Anggota Kluster Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21 5 Kluster

Data ke-	Kluster
1	1
2	1
3	1
$\vdots$	$\vdots$
65536	1

Hasil kluster pada Tabel 4.8 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.7.



**Gambar 4.9** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 5 Klaster

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 5 klaster, ROI tumor otak dan pembengkakan mampu ditangkap oleh model yaitu pada gambar yang berwarna putih dan warna abu-abu disekitar warna putih. Warna lain yaitu hitam menunjukkan latar belakang dan 2 warna abu-abu menunjukkan wilayah otak.

e. Segmentasi dengan 6 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 6 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.9.

**Tabel 4.9** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 6 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,380	0,445	5,342	1,253	24878
2	0,341	93,303	28,863	6,769	22322
3	0,155	114,830	15,367	3,604	10129
4	0,048	139,684	27,483	6,445	3114
5	0,053	191,097	29,866	7,004	3461
6	0,025	222,191	26,904	6,309	1632

Berdasarkan Tabel 4.9 diketahui bahwa pusat klaster 1 terletak pada *grayscale* 0,38, pusat klaster 2 terletak pada *grayscale* 93,303, pusat klaster 3 terletak pada *grayscale* 114,830, pusat klaster 4 terletak pada *grayscale* 139,684, pusat klaster 5 terletak pada *grayscale* 191,097 dan pusat klaster 6 pada *grayscale* 222,191. Kemudian dibentuk model MSTBurr 6 klaster yang ditulis pada persamaan (4.26)

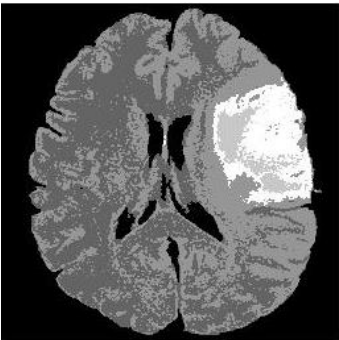
$$\begin{aligned}
f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
& 0,38 \left( \frac{k}{5,342} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{5,342} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{5,342} \right) \right)}}{1,253} \right)^{-(1,253+1)} \right) \\
& + 0,341 \left( \frac{k}{28,863} e^{\left( -k \left( \frac{y-93,303}{28,863} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-93,303}{28,863} \right) \right)}}{6,769} \right)^{-(6,769+1)} \right) \\
& + 0,155 \left( \frac{k}{15,367} e^{\left( -k \left( \frac{y-114,830}{15,367} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-114,830}{15,367} \right) \right)}}{3,604} \right)^{-(3,604+1)} \right) \\
& + \dots \\
& + 0,025 \left( \frac{k}{26,904} e^{\left( -k \left( \frac{y-222,191}{26,904} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-222,191}{26,904} \right) \right)}}{6,309} \right)^{-(6,309+1)} \right) \quad , (4.26)
\end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster yang ditunjukkan pada Tabel 4.10.

**Tabel 4.10** Anggota Kluster Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 6 Kluster

Data ke-	Kluster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil kluster pada Tabel 4.10 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.10.



**Gambar 4.10** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 6 Klaster

Gambar 4.10 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 6 klaster, hasil segmentasi terdapat 6 warna. Yaitu warna hitam yang menunjukkan gambar latar belakang, warna abu-abu yang menunjukkan otak dan warna terang menunjukkan lokasi tumor otak dan pembengkakannya.

f. Segmentasi dengan 7 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 7 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.11.

**Tabel 4.11** Parameter Model *MSTBurr Mixture Model* 7 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,380	0,445	8,676	1,253	24878
2	0,391	95,528	50,085	7,235	25628
3	0,130	120,402	31,58	4,562	8518
4	0,027	153,230	48,367	6,987	1764
5	0,044	191,959	38,068	5,499	2863
6	0,021	213,950	26,377	3,810	1344
7	0,008	233,831	26,491	0,498	541

Berdasarkan Tabel 4.11 diketahui bahwa pusat klaster 1 terletak pada *grayscale* 0,445, pusat klaster 2 terletak pada *grayscale* 95,528, pusat klaster 3 terletak pada *grayscale* 120,402, pusat klaster 4 terletak pada *grayscale* 153,230, pusat klaster 5 terletak pada *grayscale* 191,959, pusat klaster 6 pada *grayscale* 213,950 dan pusat klaster 7 terletak pada *grayscale* 233,831.

Kemudian dibentuk model MSTBurr *mixture model* 7 kluster yang ditulis pada persamaan (4.27)

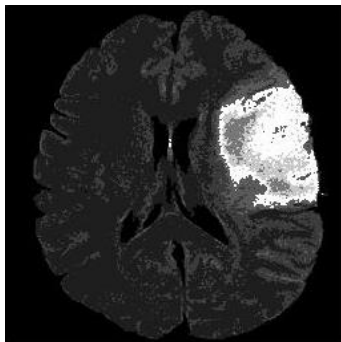
$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,38 \left( \frac{k}{8,676} e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{8,676} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-0,445}{8,676} \right) \right)}}{1,253} \right)^{-(1,253+1)} \right) \\
 & + 0,391 \left( \frac{k}{50,085} e^{\left( -k \left( \frac{y-95,528}{50,085} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-95,528}{50,085} \right) \right)}}{7,235} \right)^{-(7,235+1)} \right) \\
 & + 0,13 \left( \frac{k}{31,58} e^{\left( -k \left( \frac{y-120,402}{31,58} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-120,402}{31,58} \right) \right)}}{4,562} \right)^{-(4,562+1)} \right) \\
 & + \dots \\
 & + 0,008 \left( \frac{k}{26,491} e^{\left( -k \left( \frac{y-233,831}{26,491} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-233,831}{26,491} \right) \right)}}{0,498} \right)^{-(0,498+1)} \right), (4.27)
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster ditunjukkan pada Tabel 4.12.

**Tabel 4.12** Anggota Kluster Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 7 Kluster

Data ke-	Kluster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil kluster pada Tabel 4.12 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.11.



**Gambar 4.11** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* 7 Klaster

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 7 klaster, hasil segmentasi terdapat 7 warna. Yaitu warna hitam yang menunjukkan gambar latar belakang, warna abu-abu yang menunjukkan otak dan warna terang menunjukkan lokasi tumor otak dan pembengkakannya.

#### **4.2.3 Segmentasi Citra MRI Tumor Otak Menggunakan *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model* pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8***

Berikut akan dilakukan segmentasi pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* dengan beberapa klaster. Hasil segmentasi dari beberapa klaster nantinya akan dilakukan pemilihan jumlah klaster terbaik.

##### **a. Segmentasi dengan 2 Klaster**

Untuk mendapatkan hasil segmentasi maka terlebih dahulu dibentuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 2 klaster. Tabel 4.13 menunjukkan hasil estimasi untuk masing-masing parameter *MSTBurr mixture model* 2 klaster.

**Tabel 4.13** Parameter Model *MSTBurr Mixture Model* 2 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,440	1,663	11,595	4,416	28823
2	0,560	109,069	34,700	13,215	36713

Berdasarkan Tabel 4.13 diketahui bahwa pusat klaster 1 terletak pada *grayscale* 0,375 dan pusat klaster 2 terletak pada



grayscale 103,193. Kemudian dibentuk model MSTBurr *mixture model* 2 klaster yang ditulis pada persamaan (4.28)

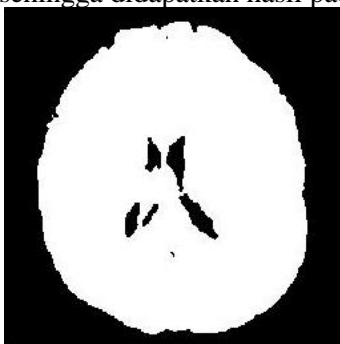
$$f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = 0,44 \left( \frac{k}{11,595} e^{\left( -k \left( \frac{y-1,663}{11,595} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-1,663}{11,595} \right) \right)}}{4,416} \right)^{-(4,416+1)} \right) + 0,533 \left( \frac{k}{48,764} e^{\left( -k \left( \frac{y-103,193}{48,764} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-103,193}{48,764} \right) \right)}}{11,467} \right)^{-(11,467+1)} \right) \quad , (4.28)$$

sehingga didapatkan anggota klaster pada Tabel 4.14.

**Tabel 4.14** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 2 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.14 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.12.



**Gambar 4.12** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 2 Klaster

Gambar 4.12 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 2 kluster, hasil segmentasi hanya mampu menangkap bentuk otak dan latar belakang.

b. Segmentasi dengan 3 Kluster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 3 kluster ditunjukkan pada Tabel 4.1. Hasil estimasi tersebut digunakan untuk mendapatkan hasil segmentasi dengan 3 kluster.

**Tabel 4.15** Parameter Model MSTBurr Mixture Model 3 Kluster pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*

Kluster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,440	2,865	11,854	4,514	28838
2	0,552	111,498	36,602	12,099	36148
3	0,008	153,512	31,769	2,326	550

Berdasarkan Tabel 4.15 didapatkan model MSTBurr *mixture model* 3 kluster seperti pada persamaan (4.29)

$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,44 \left( \frac{k}{11,854} e^{\left( -k \left( \frac{y-2,865}{11,854} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-2,865}{11,854} \right) \right)}}{4,514} \right)^{-(4,514+1)} \right) \\
 & + 0,552 \left( \frac{k}{36,602} e^{\left( -k \left( \frac{y-111,498}{36,602} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-111,498}{36,602} \right) \right)}}{12,099} \right)^{-(12,099+1)} \right), (4.29) \\
 & + 0,008 \left( \frac{k}{153,512} e^{\left( -k \left( \frac{y-153,512}{31,769} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-153,512}{31,769} \right) \right)}}{2,326} \right)^{-(2,326+1)} \right)
 \end{aligned}$$

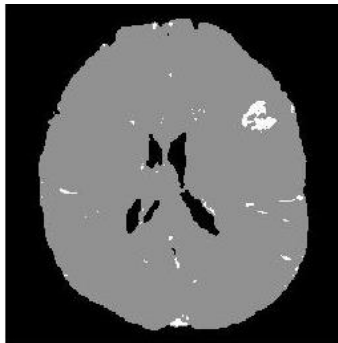
sehingga didapatkan anggota kluster yang ditunjukkan pada Tabel 4.16. Dimana pusat kluster 1 terletak pada *grayscale* 2,865, pusat

klaster 2 terletak pada *grayscale* 118,25 dan pusat klaster 3 terletak pada *grayscale* 153,512.

**Tabel 4.16** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 3 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.16 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra (*grayscale*), sehingga didapatkan hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.13.



**Gambar 4.13** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 3 Klaster

Gambar 4.13 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 3 klaster, hasil segmentasi terdapat 3 warna. Yaitu warna hitam yang menunjukkan gambar latar belakang, warna abu-abu yang menunjukkan otak dan warna putih menunjukkan lokasi tumor otak. Hasil ini menunjukkan bahwa segmentasi dengan 3 klaster mampu mendapatkan ROI dari tumor otak.

c. Segmentasi dengan 4 Klaster

Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 4 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.17.

**Tabel 4.17** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model 4* Klaster pada Citra MRI  
*Sequence ax T1 memp+C IM8*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,440	2,881	8,924	4,543	28842
2	0,549	111,339	23,519	11,973	35979
3	0,010	145,064	16,147	8,220	664
4	0,001	188,262	29,877	0,920	51

Berdasarkan Tabel 4.17 dibentuk model MSTBurr *mixture model 4* klaster yang ditulis pada persamaan (4.30)

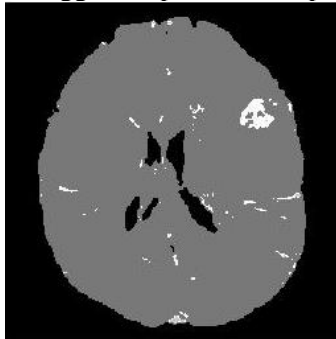
$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,44 \left( \frac{k}{8,924} e^{\left(-k \left( \frac{y-2,881}{8,924} \right)\right)} \left( 1 + \frac{e^{\left(-k \left( \frac{y-2,881}{8,924} \right)\right)}}{4,543} \right)^{-(4,543+1)} \right) \\
 & + 0,549 \left( \frac{k}{23,519} e^{\left(-k \left( \frac{y-111,339}{23,519} \right)\right)} \left( 1 + \frac{e^{\left(-k \left( \frac{y-111,339}{23,519} \right)\right)}}{11,973} \right)^{-(11,973+1)} \right) \\
 & + 0,01 \left( \frac{k}{16,147} e^{\left(-k \left( \frac{y-145,064}{16,147} \right)\right)} \left( 1 + \frac{e^{\left(-k \left( \frac{y-145,064}{16,147} \right)\right)}}{8,22} \right)^{-(8,22+1)} \right) \\
 & + 0,001 \left( \frac{k}{29,877} e^{\left(-k \left( \frac{y-188,262}{29,877} \right)\right)} \left( 1 + \frac{e^{\left(-k \left( \frac{y-188,262}{29,877} \right)\right)}}{0,92} \right)^{-(0,92+1)} \right) , (4.30)
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota klaster yang ditunjukkan pada Tabel 4.18.

**Tabel 4.18** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 4 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.18 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.14.

**Gambar 4.14** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 4 Klaster

Gambar 4.14 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 4 klaster, ROI tumor otak mampu ditangkap oleh model yaitu pada gambar yang berwarna putih. Warna lain yaitu hitam menunjukkan latar belakang dan warna abu-abu menunjukkan wilayah otak. Terdapat warna abu-abu lainnya dengan anggota klaster sangat sedikit, sehingga tidak terlihat secara jelas warnanya.

d. Segmentasi dengan 5 Klaster

Asah Estimasi parameter untuk model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 5 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.19.

**Tabel 4.19** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model 5* Klaster pada Citra MRI  
*Sequence ax T1 memp+C IM8*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,440	2,576	8,910	4,536	28841
2	0,505	108,780	21,986	11,193	33095
3	0,048	126,427	7,479	3,807	3124
4	0,006	148,601	13,325	0,920	425
5	0,001	187,254	29,877	0,920	51

Berdasarkan Tabel 4.19 dibentuk model MSTBurr *mixture model 5* klaster yang ditulis pada persamaan (4.31)

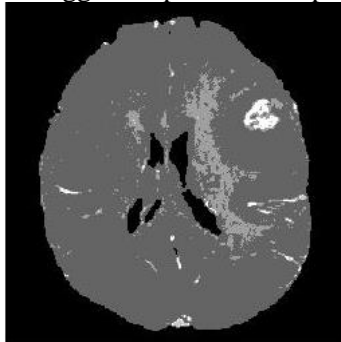
$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,44 \left( \frac{k}{8,910} e^{\left( -k \left( \frac{y-2,576}{8,910} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-2,576}{8,910} \right) \right)}}{4,536} \right)^{-(4,536+1)} \right) \\
 & + 0,505 \left( \frac{k}{21,986} e^{\left( -k \left( \frac{y-108,780}{21,986} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-108,780}{21,986} \right) \right)}}{11,193} \right)^{-(11,193+1)} \right) \\
 & + 0,048 \left( \frac{k}{7,479} e^{\left( -k \left( \frac{y-126,427}{7,479} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-126,427}{7,479} \right) \right)}}{3,807} \right)^{-(3,807+1)} \right) \\
 & + \dots \\
 & + 0,001 \left( \frac{k}{29,877} e^{\left( -k \left( \frac{y-187,254}{29,877} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-187,254}{29,877} \right) \right)}}{0,920} \right)^{-(0,920+1)} \right) \quad , (4.31)
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota klaster yang ditunjukkan pada Tabel 4.20.

**Tabel 4.20** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 5 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
$\vdots$	$\vdots$
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.20 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.15.

**Gambar 4.15** Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 5 Klaster

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 5 klaster, ROI tumor otak terdapat pada bagian gambar yang berwarna putih. Warna abu-abu menunjukkan bagian otak dan tekstur dari otak.

g. Segmentasi dengan 6 Klaster

Estimasi parameter model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 6 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.21.

**Tabel 4.21** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 6 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,4400	2,566	11,854	4,514	28838
2	0,5175	109,242	29,897	11,386	33915
3	0,0356	127,610	10,489	3,994	2334
4	0,0055	147,443	13,937	0,935	360
5	0,0009	164,765	14,014	0,940	60
6	0,0005	196,625	30,886	0,964	29

Berdasarkan Tabel 4.21 diketahui bahwa pusat kluster 1 terletak pada *grayscale* 2,566, pusat kluster 2 terletak pada *grayscale* 109,242, pusat kluster 3 terletak pada *grayscale* 127,61, pusat kluster 4 terletak pada *grayscale* 147,443, pusat kluster 5 terletak pada *grayscale* 164,765 dan pusat kluster 6 pada *grayscale* 196,625. Kemudian dibentuk model MSTBurr *mixture model* 3 kluster yang ditulis pada persamaan (4.32)

$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,44 \left( \frac{k}{11,854} e^{\left( -k \left( \frac{y-2,566}{11,854} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-2,566}{11,854} \right) \right)}}{4,514} \right)^{-(4,514+1)} \right) \\
 & + 0,5175 \left( \frac{k}{29,897} e^{\left( -k \left( \frac{y-109,242}{29,897} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-109,242}{29,897} \right) \right)}}{11,386} \right)^{-(11,386+1)} \right) \\
 & + 0,0356 \left( \frac{k}{10,489} e^{\left( -k \left( \frac{y-127,610}{10,489} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-127,610}{10,489} \right) \right)}}{3,994} \right)^{-(3,994+1)} \right) \\
 & + \dots \\
 & + 0,0005 \left( \frac{k}{30,886} e^{\left( -k \left( \frac{y-196,625}{30,886} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-196,625}{30,886} \right) \right)}}{0,964} \right)^{-(0,964+1)} \right) , (4.32)
 \end{aligned}$$

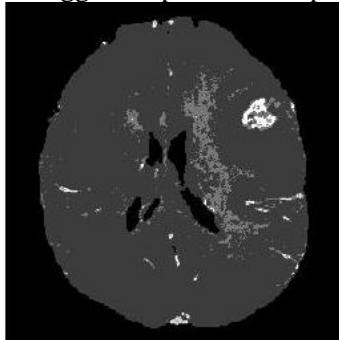
sehingga didapatkan anggota kluster pada Tabel 4.22.



**Tabel 4.22** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 6 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
$\vdots$	$\vdots$
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.22 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.16.

**Gambar 4.16** Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 6 Klaster

Gambar 4.16 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 6 klaster, ROI tumor otak terdapat pada bagian gambar yang berwarna putih. Terdapat warna abu-abu yang merupakan bagian otak dan warna yang lebih cerah merupakan tekstur dari otak.

h. Segmentasi dengan 7 Klaster

Estimasi parameter model *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) mixture model* 7 klaster ditunjukkan pada Tabel 4.23.

**Tabel 4.23** Parameter Model MSTBurr *Mixture Model* 7 Klaster pada Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*

Klaster	$w$	$\mu$	$\phi$	$\alpha$	$n$
1	0,4400	2,569	8,882	4,521	28839
2	0,5027	108,705	21,964	11,181	32948
3	0,0494	126,021	7,206	3,668	3232
4	0,0065	146,055	11,445	1,793	424
5	0,0009	163,731	9,547	1,811	62
6	0,0004	189,422	15,499	1,781	24
7	0,0001	211,031	11,568	1,809	7

Berdasarkan Tabel 4.23 diketahui bahwa pusat kluster 1 terletak pada *grayscale* 2,569, pusat kluster 2 terletak pada *grayscale* 108,705, pusat kluster 3 terletak pada *grayscale* 126,021, pusat kluster 4 terletak pada *grayscale* 146,055, pusat kluster 5 terletak pada *grayscale* 163,731, pusat kluster 6 pada *grayscale* 189,422 dan pusat kluster 7 pada *grayscale* 211,031. Kemudian dibentuk model MSTBurr *mixture model* 7 kluster yang ditulis pada persamaan (4.33)

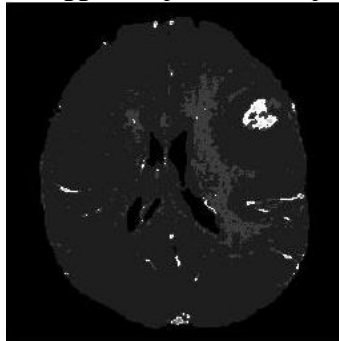
$$\begin{aligned}
 f(y|n_j, \alpha_j, \mu_j, \phi_j, w_j) = & \\
 & 0,440 \left( \frac{k}{8,882} e^{\left( -k \left( \frac{y-2,569}{8,882} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-2,569}{8,882} \right) \right)}}{4,521} \right)^{-(4,521+1)} \right) \\
 & + 0,5027 \left( \frac{k}{21,964} e^{\left( -k \left( \frac{y-108,705}{21,964} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-108,705}{21,964} \right) \right)}}{11,181} \right)^{-(11,181+1)} \right) \\
 & + 0,0494 \left( \frac{k}{7,206} e^{\left( -k \left( \frac{y-126,021}{7,206} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-126,021}{7,206} \right) \right)}}{3,668} \right)^{-(3,668+1)} \right) \\
 & + \dots \\
 & + 0,0001 \left( \frac{k}{11,568} e^{\left( -k \left( \frac{y-211,031}{11,568} \right) \right)} \left( 1 + \frac{e^{\left( -k \left( \frac{y-211,031}{11,568} \right) \right)}}{1,809} \right)^{-(1,809+1)} \right) , (4.33)
 \end{aligned}$$

sehingga didapatkan anggota kluster ditunjukkan pada Tabel 4.24.

**Tabel 4.24** Anggota Klaster Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* 7 Klaster

Data ke-	Klaster
1	1
2	1
3	1
⋮	⋮
65536	1

Hasil klaster pada Tabel 4.24 kemudian ditransformasi ke dalam skala citra, sehingga didapatkan hasil pada Gambar 4.17.

**Gambar 4.17** Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Memp+C IM8* 7 Klaster

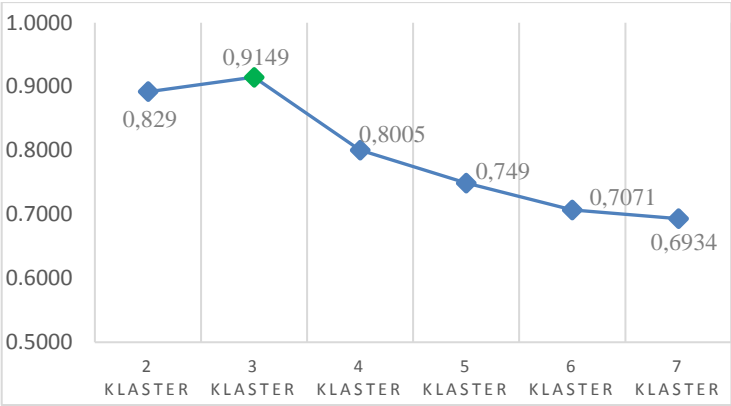
Gambar 4.17 menunjukkan bahwa dengan menggunakan 7 klaster, ROI tumor otak terdapat pada bagian gambar yang berwarna putih. Terdapat warna abu-abu yang merupakan bagian otak dan warna yang lebih cerah merupakan tekstur dari otak.

#### 4.2.4 Pemilihan Jumlah Klaster Terbaik

Setelah didapatkan hasil klaster untuk masing-masing jumlah klaster, selanjutnya dilakukan pemilihan jumlah klaster terbaik dengan menggunakan *silhouette coefficient*. Nilai tertinggi dari *silhouette coefficient* pada masing-masing hasil klaster citra MRI merupakan jumlah klaster yang akan dipilih. Tetapi pemilihan tersebut juga mempertimbangkan subjektifitas medis.

##### a. Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*

*Silhouette coefficient* pada masing-masing hasil klaster citra MRI *sequence ax T2 Flair IM21* ditunjukkan pada Gambar 4.18.



**Gambar 4.18** *Silhouette Coefficient* Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21

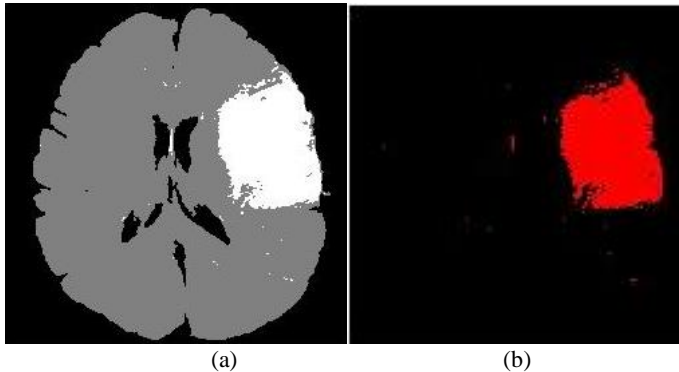
Gambar 4.18 menunjukkan bahwa *silhouette coefficient* tertinggi terdapat pada 3 kluster dengan nilai sebesar 0,9149. Selain itu dengan menggunakan 3 kluster hasil segmentasi sudah mampu mendapatkan ROI tumor otak sehingga memenuhi subjektif medis. Pada penelitian sebelumnya dengan menggunakan Gaussian *Mixture Model* (GMM) didapatkan bahwa jumlah kluster terbaik berdasarkan *silhouette coefficient* adalah 3 kluster (Sianipar, 2017). Perbandingan antara hasil terbaik dengan menggunakan GMM dan MSTBurr *mixture model* ditunjukkan pada Tabel 4.25.

**Tabel 4.25** *Silhouette Coefficient* Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21 GMM dan MSTBurr *Mixture Model*

Metode	Jumlah Klaster	Banyak Parameter	<i>Silhouette coefficient</i>
GMM	3	9	0,9118
MSTBurr <i>mixture model</i>	3	15	0,9149

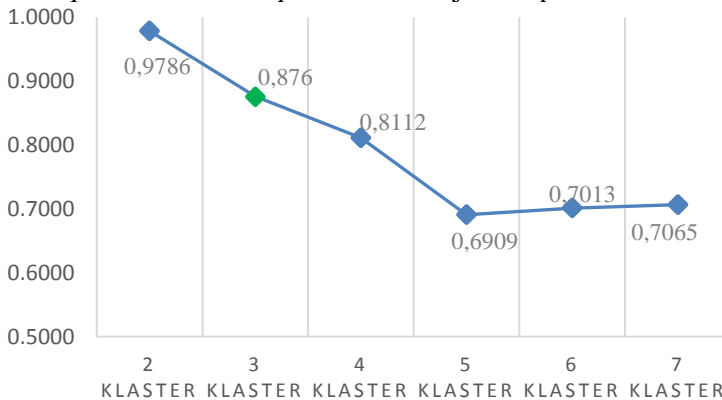
Tabel 4.25 menunjukkan bahwa parameter pada MSTBurr *mixture model* lebih banyak dibandingkan dengan GMM, tetapi *silhouette coefficient* dengan menggunakan MSTBurr *mixture model* lebih besar dibandingkan dengan menggunakan GMM. Hal ini mengindikasikan semakin tepatnya data tersebut berada dalam kluster yang diikuti. Artinya MSTBurr *mixture model* lebih mampu menangkap pola citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21. Gambar

4.19 menunjukkan hasil segmentasi dan ROI dari citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*.



**Gambar 4.19** (a) Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* dan  
(b) ROI Tumor Otak

b. Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*  
*Silhouette coefficient* pada masing-masing hasil kluster citra MRI *sequence ax T1 memp+C IM8* ditunjukkan pada Gambar 4.20.



**Gambar 4.20** *Silhouette Coefficient* Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*

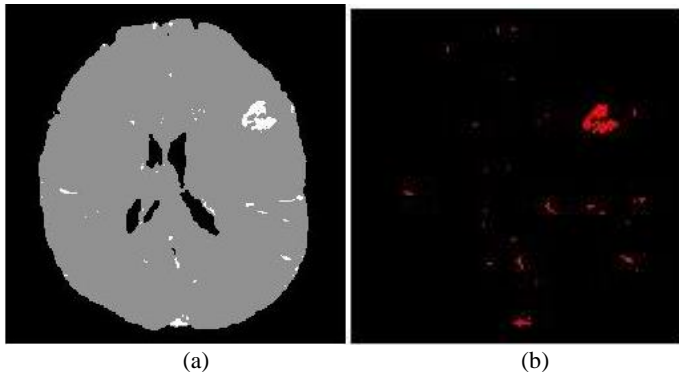
Gambar 4.20 menunjukkan bahwa *silhouette coefficient* tertinggi terdapat pada 2 kluster dengan nilai sebesar 0,9786. Tetapi dengan menggunakan 2 kluster hasil segmentasi belum mampu mendapatkan ROI tumor otak. Sehingga 3 kluster dipilih karena *silhouette coefficient* paling tinggi setelah 2 kluster yaitu 0,8760.

Selain itu dengan menggunakan 3 kluster hasil segmentasi sudah mampu mendapatkan ROI tumor otak sehingga memenuhi subjektif medis. Pada penelitian sebelumnya dengan menggunakan *Gaussian Mixture Model* (GMM) didapatkan bahwa jumlah kluster terbaik berdasarkan *silhouette coefficient* adalah 7 kluster (Sianipar, 2017). Perbandingan antara hasil terbaik dengan menggunakan GMM dan MSTBurr *mixture model* ditunjukkan pada Tabel 4.26.

**Tabel 4.26** *Silhouette Coefficient* Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* GMM dan MSTBurr *Mixture Model*

Metode	Jumlah Kluster	Banyak Parameter	<i>Silhouette coefficient</i>
GMM	7	21	0,6811
MSTBurr <i>mixture model</i>	3	15	0,8760

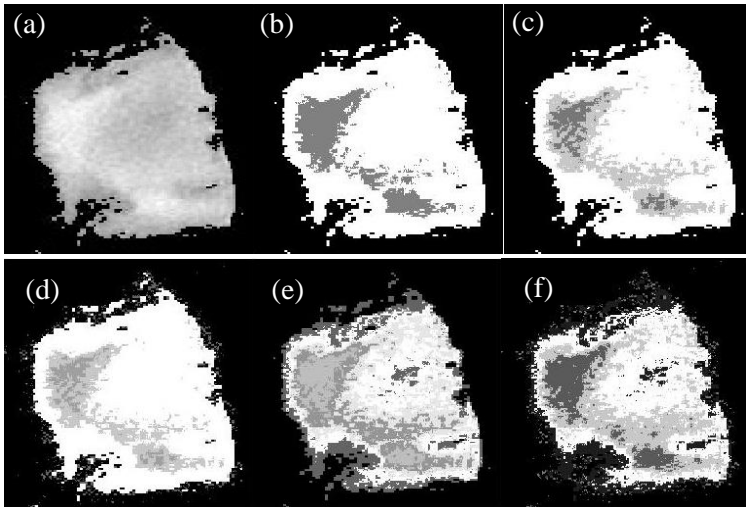
Tabel 4.26 menunjukkan bahwa parameter pada MSTBurr *mixture model* lebih sedikit dibandingkan GMM, selain itu *silhouette coefficient* dengan menggunakan MSTBurr *mixture model* lebih besar dibandingkan dengan menggunakan GMM. Hal ini mengindikasikan semakin tepatnya data tersebut berada dalam kluster yang diikuti. Artinya MSTBurr *mixture model* lebih mampu menangkap pola citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8*. Gambar 4.21 menunjukkan hasil segmentasi dan ROI dari citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21*.



**Gambar 4.21** (a) Hasil Segmentasi Citra MRI *Sequence ax T1 memp+C IM8* dan (b) ROI Tumor Otak

#### 4.2.5 Penerapan *Modified Stable Student-t Burr (MSTBurr) Mixture Model* Untuk Segmentasi ROI Citra MRI Sequence *ax T2 Flair IM21*

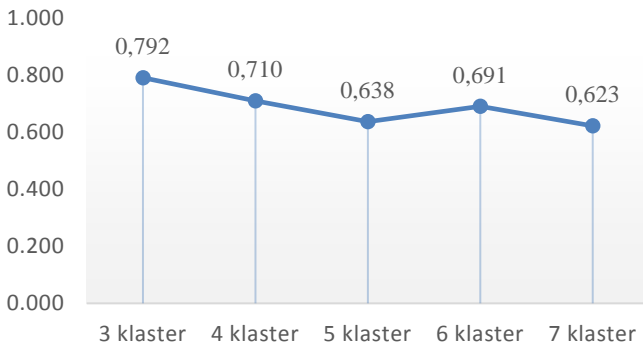
Citra MRI Sequence *ax T2 Flair IM21* merupakan citra MRI yang tidak diberikan zat kontras untuk mendapatkan hasil scanning lokasi tumor otak. Sehingga hasil segmentasi masih terdapat bagian pembengkakannya. Oleh karena diperlukan segmentasi pada ROI yang didapatkan pada analisis sebelumnya. Gambar 4.22 menunjukkan hasil segmentasi pada ROI yang didapatkan pada analisis sebelumnya.



**Gambar 4.22** (a) Gambar ROI, (b) Hasil Segmentasi ROI 3 Klaster, (c) 4 Klaster, (d) 5 Klaster, (e) 6 Klaster dan (f) 7 Klaster

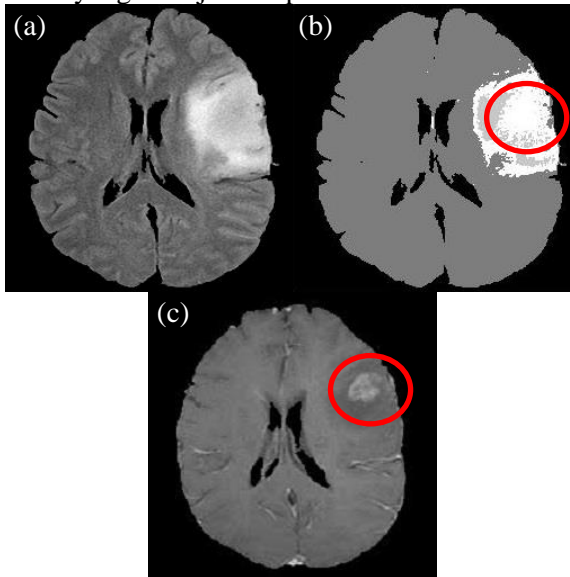
Segmentasi dimulai dari 3 klaster karena jika menggunakan 2 klaster hanya didapatkan wilayah ROI dan wilayah latar belakang. Sedangkan hasil lainnya sudah menunjukkan hasil yang sudah menangkap informasi lain di wilayah ROI.

Untuk mendapatkan segmentasi terbaik maka dilakukan pemilihan hasil segmentasi dengan menggunakan *silhouette coefficient*. Gambar 4.23 adalah hasil *silhouette coefficient* pada masing-masing hasil klaster.



**Gambar 4.23** *Silhouette Coefficient* Segmentasi ROI

Gambar 4.23 menunjukkan bahwa *silhouette coefficient* tertinggi terdapat pada 3 klaster dengan nilai sebesar 0,792, sehingga segmentasi dengan menggunakan 3 klaster merupakan hasil terbaik. Selanjutnya menggabungkan segmentasi ROI dengan citra keseluruhan yang ditunjukkan pada Gambar 4.24.



**Gambar 4.24** (a) Citra MRI Tumor Otak Asli Tanpa Kontras, (b) Citra Hasil Segmentasi dan (c) Citra MRI Tumor Otak dengan Kontras



Gambar 4.24 menunjukkan bahwa dengan menggunakan MSTBurr *mixture model*, segmentasi citra tanpa kontras mampu mendapatkan lokasi tumor otak. Letak tumor pada Gambar 4.24 (b) yang diberi lingkaran merah lokasinya sama dengan Gambar 4.24 (c). Hal itu menunjukkan bahwa dengan menggunakan MSTBurr *mixture model* dapat merubah citra MRI tanpa kontras sama seperti citra MRI dengan kontras. Citra MRI dengan kontras memerlukan biaya lebih karena adanya zat kontras yang diberikan, sehingga segmentasi citra dengan MSTBurr *mixture model* dapat membantu mereduksi biaya.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa jumlah klaster terbaik untuk citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* dan *Sequence ax T1 memp+C IM8* adalah 3 klaster. Segmentasi dengan menggunakan MSTBurr *mixture model* pada citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* dan *Sequence ax T1 memp+C IM8* lebih baik dibandingkan dengan GMM. Hal ini menunjukkan bahwa MSTBurr *mixture model* lebih mampu menangkap pola citra MRI. Selain itu ketika ROI hasil segmentasi citra MRI *Sequence ax T2 Flair IM21* (tanpa kontras) dilakukan segmentasi kembali, hasilnya mampu mendeteksi lokasi tumor otak sesungguhnya yang lokasinya sama seperti citra yang diberi kontras (*Sequence ax T1 memp+C IM8*).

#### **5.2 Saran**

Hasil segmentasi dengan menggunakan MSTBurr *mixture model* masih terdapat titik-titik diluar ROI tumor otak sehingga untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan metode yang memperhatikan spasial pada *pixel* sehingga *pixel-pixel* yang berada jauh dari ROI tidak masuk sebagai ROI tumor otak.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, U. (2005). *Pengolahan Citra Digital & Teknik Pemrogramannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- American Brain Tumor Association. (2015). *About Brain Tumors A Primer for Patients and Caregivers*. Chicago: ABTA.
- American Brain Tumor Association. (2017). *Brain Tumor Statistics*. Retrieved from American Brain Tumor Association: <http://www.abta.org/about-us/news/brain-tumor-statistics/>
- Ayub. (2015). *Tumor Otak*. Retrieved January 27, 2018, from Docslide: <https://dokumen.tips/documents/tumor-otak-dr-ayubspdoc.html>
- Azzalini, A. (1985). A Class of Distribution which Includes The Normal Ones. *Scandinavian Journal of Statistics*, 12, 171-178.
- Berita Jatim. (2015). *RSU dr Soetomo: 85 Persen Penderita Tumor Otak Perempuan*. Retrieved from Berita Jatim: [http://beritajatim.com/pendidikan\\_kesehatan/247190/rsu\\_dr\\_soetomo:\\_85\\_persen\\_penderita\\_tumor\\_otak\\_perempuan.html](http://beritajatim.com/pendidikan_kesehatan/247190/rsu_dr_soetomo:_85_persen_penderita_tumor_otak_perempuan.html)
- Box, G. E., & Tiao, G. C. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis* (1<sup>st</sup> ed.). Reading: Addison Wesley Publishing Company.
- Buckle, D. J. (1995). Bayesian Inference for Stable Distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 90(430), 605-613.
- Canadian Agency for Drugs and Technologies in Health. (2011). *1.5 Tesla Magnetic Resonance Imaging Scanners Compared with 3.0 Tesla Magnetic Resonance Imaging*

- Scanners: Systematic Review of Clinical Effectiveness.* Ottawa: CADTH.
- Carlin, B. P., & Chib, S. (1995). Bayesian Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods. *Journal of the Royal Statistical Society*, 57(3), 473-484.
- Casella, G., & George, E. I. (1992). Explaining the Gibbs Sampler. *The American Statistician*, 46, 167-174.
- Cook, L. J., & Freedman, J. (2012). *Brain Tumors, Understanding Brain Diseases and Disorders*. New York: The Rosen Publishing Group.
- Fernandez, C., & Steel, M. J. (1998). On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93, 359-371.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2014). *Bayesian Data Analysis* (3<sup>rd</sup> ed.). Boca Raton: CRC Press.
- Geman, S., & Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 721-741.
- Gonzales, R. C., & Woods, R. E. (2008). *Digital Image Processing* (3<sup>rd</sup> ed.). New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Greve, B., Pigeot, I., Huybrechts, I., Pala, V., & Börnhorst, C. (2015). A comparison of heuristic and model-based clustering methods for dietary pattern analysis. *Public Health Nutrition*, 19(2), 255-264.
- Iriawan, N. (2000). *Computationally Intensive Approaches to Inference in Neo-Normal Linear Models*. Perth: CUT-Australia.
- Iriawan, N. (2012). *Pemodelan dan Analisis Data - Driven*. Surabaya: ITS Press.

- Ji, Z., Huang, Y., Sun, Q., & Guo, C. (2016). A spatially constrained generative asymmetric Gaussian mixture model for image segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 40(B), 600-626.
- Ji, Z., Huang, Y., Xia, Y., & Zheng, Y. (2017). A robust modified Gaussian mixture model with rough set for image segmentation. *Neurocomputing*, 266, 550-565.
- Lin, H., & Peng, H. (2008). Machine Recognition for Broad-Leaved Trees Based on Synthetic Features of Leaves Using Probabilistic Neural Network. *2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering* (pp. 871-877). Hubei: IEEE.
- Munir, R. (2006). Aplikasi Image Thresholding Untuk Segmentasi Objek. *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2006* (pp. F-1 - F-6). Yogyakarta: SNATI.
- Munir, R. (2004). *Pengolahan Citra Digital*. Bandung: Informatika.
- Noyosiswoyo, M., & Suswati, S. (2004). Pemanfaatan Magnetic Resonance Imaging (MRI) sebagai Saranan Diagnosa Pasien. *Media Litbang Kesehatan Volume XIV Nomor 3 Tahun 2004*, 8-13.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling using WinBUGS*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Oh, M. S., & Raftery, A. E. (2007). Model-Based Clustering with dissimilarities : a bayesian approach. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 16(3), 559-585.
- Prasetyo, E. (2011). *Pengolahan Citra Digital dan Aplikasinya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: Andi.
- Santosa Hospital Bandung Kopo. (2018). *MRI 1.5 Tesla*. Retrieved January 28, 2018, from <http://shbk.santosa->

hospital.com/index.php/en/medical-service/radiodiagnostic-imaging/113-mri-1-5-tesla


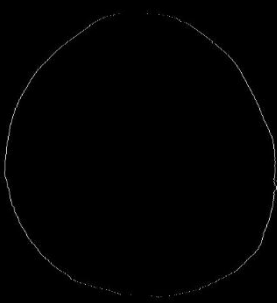
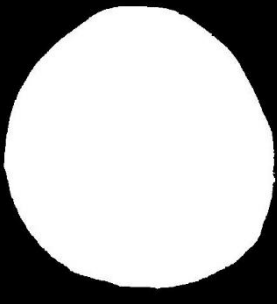
- Shapiro, L., & Stockman, L. (2001). *Computer Vision*. New Jersey: Prentice Hall.
- Shi, H. S. (2005). *Model-Based CLustering*. Ontario: University of Waterloo.
- Sianipar, W. H. (2017). *Komparasi metode EM-GMM (Expectation Maximization-Gaussian Mixture Model) dan FCM (Fuzzy C-Means) dalam Segmentasi Citra Otak MRI (Magnetic Resonance Imaging) di RSUD Soetomo dalam Menentukan Area Tumor Otak*. Surabaya: Institut Teknolgi Sepuluh Nopember.
- Tan, P. N., Steinbach, M., & Kumar, V. (2005). *Introduction to Data Mining*. New York: Pearson Addison Wesley.
- Unnikrishnan, R., & Hebert, M. (2005). Measures of Similarity. *Application of Computer Vision. 1*. Breckenridge: IEEE.
- Wahjoepramono, E. J. (2006). *Tumor Otak*. Tangerang: Fakultas Kedokteran Universitas Pelita Harapan.
- Wijaya. (2017). *Mengenal Tumor Otak dan Pemulihan Canggihnya di Indonesia*. Retrieved from Lawan Kanker: <https://lawankanker.org/teknologi-canggih-pemulihan-tumor-otak-di-indonesia/>
- Wijaya, T. A., & Prayudi, Y. (2010). Implementasi Visi Komputer dan Segmentasi Citra untuk Klasifikasi Bobot Telur Ayam Ras. *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2010* (pp. G-1 - G-5). Yogyakarta: SNATI.
- Zellner, A. (1976). Bayesian and non-Bayesian analysis of the regression model with multivariate student-t error terms. *Journal of American Statistical Assosiation*, 71 (352), 400-405.






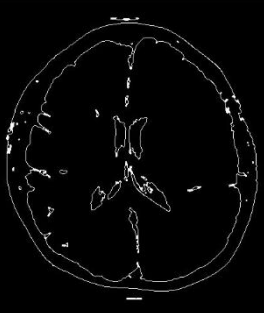

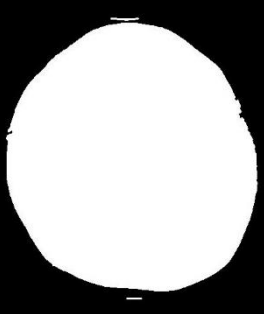
LAMPIRAN

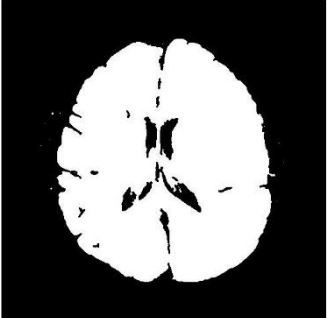
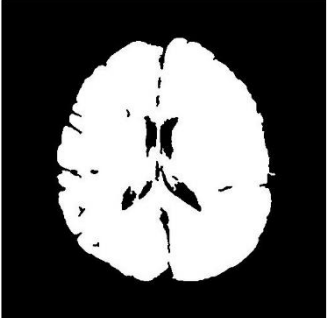
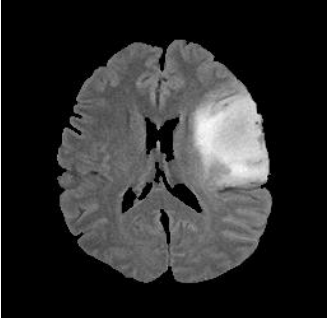
Lampiran 1 *Preprocessing* Citra

a. *Preprocessing* Citra MRI Sequence ax T2 Flair IM21


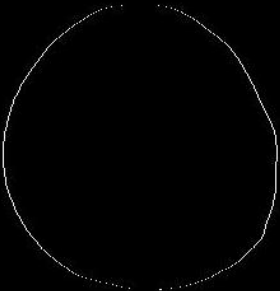
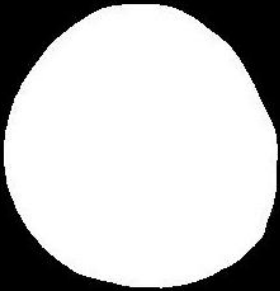
No	Langkah	Hasil
1	<i>Thresholding</i>	
2	Menentukan garis tengkorak kepala	
3	Mengisi area di dalam garis tengkorak kepala dengan warna putih (objek)	

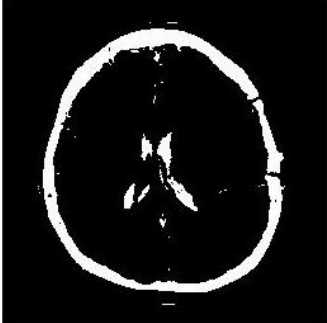

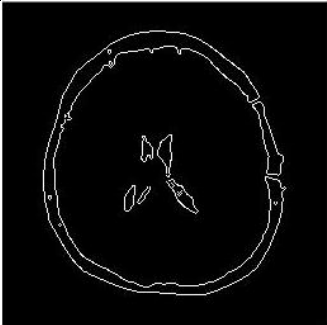
No	Langkah	Hasil
4	Pengurangan citra pada hasil langkah 3 dengan hasil <i>thresholding</i>	
5	<i>Opening</i> hasil langkah 4	
6	deteksi tepi menggunakan <i>operator sobel</i> .	



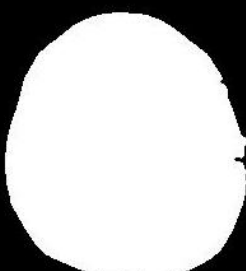
No	Langkah	Hasil
7	<i>closing</i> pada citra hasil deteksi tepi	
8	Menggabungkan citra hasil <i>closing</i> deteksi tepi dan citra setelah proses <i>opening</i>	
9	Mengisi area dalam kepala setelah proses penggabungan dengan warna putih (objek)	

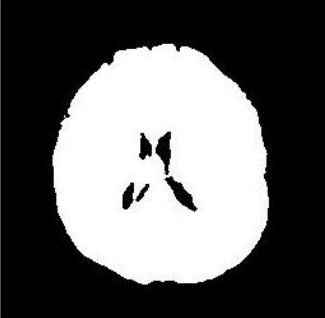
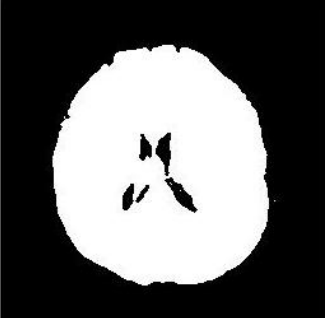
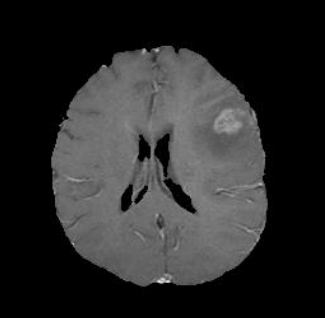
No	Langkah	Hasil
10	Pengurangan citra pada hasil langkah 8 dengan hasil langkah 7	
11	<i>Opening</i> hasil langkah 10	
12	Hasil <i>preprocessing</i>	

b. *Preprocessing Citra MRI Sequence ax T1 memp+C IM8*

c. No	Langkah	Hasil
1	<i>Thresholding</i>	
2	Menentukan garis tengkorak kepala	
3	Mengisi area di dalam garis tengkorak kepala dengan warna putih (objek)	

No	Langkah	Hasil
4	Pengurangan citra pada hasil langkah 3 dengan hasil <i>thresholding</i>	
5	<i>Opening</i> hasil langkah 4	
6	deteksi tepi menggunakan <i>operator sobel</i> .	

No	Langkah	Hasil
7	<i>closing</i> pada citra hasil deteksi tepi	
8	Menggabungkan citra hasil <i>closing</i> deteksi tepi dan citra setelah proses <i>opening</i>	
9	Mengisi area dalam kepala setelah proses penggabungan dengan warna putih (objek)	

No	Langkah	Hasil
10	Pengurangan citra pada hasil langkah 8 dengan hasil langkah 7	
11	<i>Opening</i> hasil langkah 10	
12	Hasil <i>preprocessing</i>	



## Lampiran 2 Syntax Preprocessing Citra

### a. Syntax Utama Preprocessing

```
[filename, pathname]=uigetfile({'*.dcm'});
input=dicomread([pathname, filename]);
%imshow(input , []);
[treshold]=Treshold(input);
[head_contour,head_mask]=ContourAndMask(tr
eshold);
[substract,openingAwal,Detection,closing,o
tak,hol,open2,preprocessing]=BrainArea(hea
d_mask,treshold,input);
Y = double(input);
%imwrite(Y,'inputCont.jpg','Quality',100,'
Mode','lossy');
%imshow(Y , []);
```

### b. Syntax Function Thresholding

```
function[treshold]=Treshold(input)
treshold=input;
ukuranGambar = size(input)
input=input(:);
t_nol=mean(input);
input=input(:);
G=input;
L=input;
G(G>=t_nol)=[];
L(L<t_nol)=[];
sum=mean(G)+mean(L)
t_satu=sum/2;
while(true)
    old_t=t_satu;
    G=input;
    L=input;
    G(G>=old_t)=[];
    L(L<old_t)=[];
    sum=mean(G)+mean(L);
    t_satu=sum/2;
    if(abs(old_t-t_satu)<0.1)
```

c. *Syntax Function Thresholding (Lanjutan)*

```

        break;
    end
end
for i=1:ukuranGambar(1)
for j=1:ukuranGambar(2)
    if(treshold(i,j)>=t_satu)
        treshold(i,j)=1;
    else
        treshold(i,j)=0;
    end
end
end
treshold=double(treshold);
%imwrite(treshold,'treshold.jpg','Quality'
,100,'Mode','lossy');
figure, imshow(treshold , []);

```

d. *Syntax Function Head Contour dan Head Mask*

```

function[head_contour,head_mask]=ContourAndMask(treshold)
ukuranGambar=size(treshold);
head_contour=zeros(ukuranGambar(1),ukuranGambar(2));
head_mask=zeros(ukuranGambar(1),ukuranGambar(2));
for i=1:ukuranGambar

    [r,c]=find(treshold(i:i,1:ukuranGambar(2)))
    ;
        kiri=min(c);
        kanan=max(c);
        head_contour(i,kiri)=1;
        head_contour(i,kanan)=1;
        head_mask(i:i,kiri:kanan)=1;
    end
figure, imshow(head_contour , []);
figure, imshow(head_mask , []);

```

### e. *Syntax Function Brain Area*

```
function [subtract,openingAwal,Detection,
closing,otak,hol,open2,preprocessing]
=BrainArea(head_mask,treshold,input)
subtract=head_mask-treshold;
%imwrite(subtract,'subtract.jpg','
Quality',100,'Mode','lossy');
%figure,imshow(head_mask ,[]);
%figure,imshow(treshold ,[]);
figure,imshow(subtract ,[]);
openingAwal=bwareaopen(subtract,25);
%imwrite(openingAwal,'openingAwal.jpg','Qua
lity',100,'Mode','lossy');
figure,imshow(openingAwal ,[]);
Detection=edge((openingAwal),'sobel');
figure,imshow(Detection ,[]);
%imwrite(Detection,'Detection.jpg','
Quality',100,'Mode','lossy');
se=strel('disk',1);
closing=imclose(Detection,se);
figure,imshow(closing ,[]);
ukurangambar=size(openingAwal);
gabungan=openingAwal;
for i=1:ukurangambar(1);
    for j=1:ukurangambar(2)
        if(closing(i,j)==1)
            gabungan(i,j)=1;
        end
    end
end
figure,imshow(gabungan ,[]);
hol=imfill(gabungan,'holes');
figure,imshow(hol ,[]);
%imwrite(hol,'hol.jpg','Quality',
100,'Mode','lossy');
otak=hol-gabungan;
figure,imshow(otak ,[]);
%imwrite(otak,'otak.jpg','Quality'
,100,'Mode','lossy');
```

### *Syntax Function Brain Area (Lanjutan)*

```

open2=bwareaopen(otak,25);
figure,imshow(open2 ,[]);
%imwrite(open2,'open2.jpg','Quality',
100,'Mode','lossy');
preprocessing=input;
preprocessing(~open2)=0;

figure,imshow(preprocessing,[])
sup = mat2gray(preprocessing);
imshow(sup);
%I2 = imcrop(sup,[75 50 360 400]);
%imshow(I2)
imwrite(sup,'1.jpg','Quality',
100,'Mode','lossy');
%imwrite(I2,'outputcropping.jpg','
Quality',100,'Mode','lossy');

```

## **Lampiran 3 Syntax Segmentasi Citra (Untuk 3 Klaster)**

### **a. Syntax Utama**

```

%membaca citra
A=imread('ima2.jpg');
B=rgb2gray(A);
[row,col]=size(B);
nsize=row*col;
Y=reshape(B,nsize,1);
Y=double(Y);
K=3;
z=randi(K,nsize,1);
[z] = gibbsGmm(Y,K,100,2,1,1,10,1000);
[miu,phi,al,p,z,churn] =
gibbsMSTBURRMM3(Y,K,10,100,z);
zz=reshape(z,nsize,1);
%%
ima=double(imread('ima2.jpg'));
%ima=imresize(ima,[512 512]);
copy=ima;
copy2=ima;% make a copy

```

### Syntax utama (Lanjutan)

```

ima=ima(:);           % vectorize ima
mi=min(ima);          % deal with negative
ima=ima-mi+1;         % and zero values
m=max(ima);
s=length(ima);
%%
mask = reshape(z,row,col);
for i=1:row
for j=1:col
if mask(i,j)==1
final_img(i,j)=128;
elseif mask(i,j)==2
final_img(i,j)=0;
else
final_img(i,j)=255;
end
end
end
figure,imshow(final_img/255,[]);
%%
%subjective analysis
orgimg=copy;
im_bin=mask;
[r,c]=find(im_bin==3);
rc=[r,c];
for j=1:(numel(rc)/2)
    copy(r(j),c(j))=0;
end
figure, subplot(2,1,1);
imshow(copy,[]), title('NROI-Non region of
interest');
nroi_image=copy;
logimg=imsubtract(orgimg,copy);
roi_image=logimg;
subplot(2,1,2);
imshow(logimg,[]), title('ROI-region of
interest');

```

## b. Syntax Function gibbsGMM

```
function [z] = ...
    gibbsGmm(Y, k, m, etaSq, nu0,
nu0lambda0, alpha, Nsamp)
    N = length(Y);
    z = drawMultinom(ones(k,N));
    for j=1:k
        yj = Y(find(z == j));
        mu(1,j) = yj(unidrnd(numel(yj)));
        sigmaSq(1,j) = std(yj).^2;
        gamma(1,j)=1;
    end
    p(1,:) = full(sparse(1, z, 1, 1, k));
    % Go!
    for i=2:Nsamp
        % Mu
        for j=1:k
            n = sum(z == j);
            if(n <= 0) ybar = 0;
            else ybar = mean(Y(find(z ==
j))));
        end

        tmp_sigSq = 1/(n/sigmaSq(i-1,j) +
1/etaSq);
        tmp_mu = tmp_sigSq*(n*ybar/sigmaSq(i-
1,j) + m/etaSq);
        mu(i,j) = drawNormal(tmp_mu,
tmp_sigSq);
    end
    % Sigma
    for j=1:k
        inClass = z == j;
        n = sum(inClass);
        if(n <= 0) sigbar = 0;
        else sigbar =
sum((Y(find(inClass)) - mu(i-1,j)).^2);
    end
```

### *Syntax Function gibbsGMM (Lanjutan)*

```

        tmp_nu = nu0+n;
        tmp_nu_lambda = (nu0lambda0 + sigbar);
        sigmaSq(i,j) = drawInvChiSq(tmp_nu,
tmp_nu_lambda);
    end

    % z \in {1..k}
    for j=1:k
        tmp_pr(j,:) = normalLike(Y, mu(i-1,j),
sigmaSq(i-1,j));
    end
    n = tabulate(z);
    n = n(:,2)';
    % $$$    n = full(sparse(1, z, 1, 1, k));

    % Scale likelihoods by class memberships
    times prior
    pri = repmat((n'+alpha/k)/(sum(n)-
1+alpha), 1, N);
    idxs = sub2ind(size(pri), z, [1:N]);
    pri(idxs) = pri(idxs) - 1/(sum(n)-
1+alpha);

    tz = drawMultinom(pri .* tmp_pr);
    churn(i) = sum(tz ~= z);
    z = tz;
    p(i,:) = n;

end

function x = drawNormal(mu, sigSq)
x = randn(1)*sqrt(sigSq) + mu;

function pr = normalLike(y, mu, sigSq)
pr = 1/sqrt(2*pi*sigSq) .* exp(-(y-
mu).^2/(2*sigSq));

```

*Syntax Function gibbsGMM (Lanjutan*

```
function x = drawInvChiSq(nu, nu_lambda)
x = nu_lambda / chi2rnd(nu);

function x = drawBeta(a, b)
x = betarnd(a,b);

function x = drawBernoulli(p)
x = rand(size(p)) < p;
```

*c. Syntax Function gibbsMSTBurrMM3*

```
function [miu, phi, al, p, z, churn] = ...
    gibbsMSTBURRMM(Y, K, alpha, Nsamp,z)

N = length(Y);

for j=1:K
    yj = Y(find(z == j));
    miu(1,j) = mean(yj);
    phi(1,j) = std(yj);
    al(1,j)=1;

end

p(1,:) = full(sparse(1, z, 1, 1, K));

% Go!
for i=2:Nsamp
    % Mu
    for j=1:K
        n = sum(z == j);
        yj = Y(find(z == j));

        phi_temp=phi(i-1,j);
        al_temp=al(i-1,j);
        omega_temp=mean(yj);
        sigma=std(yj);
```



*Syntax Function gibbsMSTBurrMM3 (Lanjutan)*

```

miu(i,j)=bangkitmu(yj,n,phi_temp,al_temp,om
ega_temp,sigma);
    end

    % Sigma
    for j=1:K
        n = sum(z == j);
        yj = Y(find(z == j));

        miu_temp=miu(i-1,j);
        al_temp=al(i-1,j);
        a=3;
        b=std(yj);

    phi(i,j)=bangkitphi(yj,n,miu_temp,al_temp,a
,b);

    end
    % Alpha
    for j=1:K
        n = sum(z == j);
        yj = Y(find(z == j));

        miu_temp=miu(i-1,j);
        phi_temp=phi(i-1,j);
        to=2;
        l=1;
        u=2;
        a=0.78;
        b=std(yj)/sqrt(a);

    al(i,j)=bangkital(yj,n,miu_temp,phi_temp,to
,l,u,a,b);

    end

```

*Syntax Function gibbsMSTBurrMM3 (Lanjutan)*

```

for j=1:K
    tmp_pr(j,:) = normalLike(Y, miu(i-1,j),
    phi(i-1,j));
    end
    n = tabulate(z);
    n = n(:,2)';
    pri = repmat((n'+alpha/K)/(sum(n)-
    1+alpha), 1, N);
    idxs = sub2ind(size(pri), z, [1:N]);
    pri(idxs) = pri(idxs) - 1/(sum(n)-
    1+alpha);

    tz = drawMultinom(pri .* tmp_pr);
    churn(i) = sum(tz ~= z);
    z = tz;
    p(i,:) = n;

end

function x = drawNormal(mu, sigSq)
x = randn(1)*sqrt(sigSq) + mu;

function pr = normalLike(y, mu, sigSq)
pr = 1/sqrt(2*pi*sigSq) .* exp(-(y-
mu).^2/(2*sigSq));

function x = drawInvChiSq(nu, nu_lambda)
x = nu_lambda / chi2rnd(nu);

function x = drawBeta(a, b)
x = betarnd(a,b);

function x = drawBernoulli(p)
x = rand(size(p)) < p;

```

#### d. *Syntax Function* Membangkitkan Nilai Parameter

```
function X=
bangkitmu(data,n,phi,al,omega,sigma)
f = @(x)exp(-((x-omega)^2)/2*sigma)-
sum((exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/al))^(a
l+1)))/(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2))))*(
(data-x)/phi))-((al+1)*sum(log(1+((exp(-
exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/al))^(al+1)
))/(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2))))*(dat
a-x)/phi)))/al))));
g = @(x) normpdf(x,omega,sigma);
grnd = @() normrnd(omega,sigma);
rng('default') % For reproducibility
X = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
X = mean(X);
End

function X= bangkitphi(data,n,miu,al,a,b)
f = @(x)exp(-((a+1)*log(x))-
sum((exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/al))^(a
l+1)))/(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2))))*(
(data-miu)/x))-((al+1)*sum(log(1+((exp(-
exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/al))^(al+1)
))/(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2))))*(dat
a-miu)/x)))/al))));
g = @(x) invgampdf(x,a,b);
grnd = @() gamrnd(a,b);
rng('default') % For reproducibility
X = accrejrnd(f,g,grnd,1e-2000,100,1);
X = mean(X);
end
```

### *Syntax Function* Membangkitkan Nilai Parameter (Lanjutan)

```
function X=
bangkital(data,n,miu,phi,to,l,u,a,b)
f = @(x)exp((to-1)*(log(x-1)+log(u-x))-
sum((exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/x))^(x+
1)))/(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2))))*(d
ata-miu)/phi))-((x+1)*sum(log(1+((exp(-
(exp((gammaln((n+1)/2))*((1+(1/x))^(x+1)))/
(sqrt(n*pi()))*exp(gammaln(n/2)))))*(data-
miu)/phi)))/x)))));
g = @(x)gsbetapdf(x,to,l,u);
grnd = @()gamrnd(a,b);
rng('default') % For reproducibility
X = accrejrnd(f,g,grnd,1e-1000,100,1);
X = mean(X);
end

function X = accrejrnd(f,g,grnd,c,m,n)
    X = zeros(m,n); % Preallocate memory
    for i = 1:m*n
        accept = false;
        while accept == false
            u = rand();
            v = grnd();
            if c*u <= f(v)/g(v)
                X(i) = v;
                accept = true;
            end
        end
    end
end
end
```

**Lampiran 4** *Syntax Silhouette Coefficient* (Untuk 3 Klaster)

```
data=Y;  
klas=zz; %Hasil Klaster  
SI=silhouette(data,klas);  
SI_cluster=[mean(SI(klas==1))  
mean(SI(klas==2)) mean(SI(klas==3))];  
SI_all=mean(SI_cluster);
```

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Sarjana Departemen Statistika FMKSD ITS.

Nama : Miftakhul Ardi Ikhwanus Safa  
NRP : 062116 4500 0013

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tugas Akhir ini, merupakan data sekunder bagian dari penelitian Disertasi mahasiswa Program Doktor Departemen Statistika FMKSD ITS yaitu:

Judul : *Spatially Constrained Neo-Normal Mixture Model* dengan Pendekatan Bayesian Pada Segmentasi Citra MRI Tumor Otak  
Oleh : Anindya Apriliyanti Pravitasari  
NRP : 1315301003

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka mahasiswa bersedia menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Mengetahui,  
Pembimbing Tugas Akhir



Prof. Drs. Nur Iriawan, Mkom., Ph.D.  
NIP. 19621015 198803 1 002

Surabaya, 30 Juli 2018



Miftakhul Ardi Ikhwanus Safa  
NRP. 062116 4500 0013

## BIODATA PENULIS



Penulis bernama MIFTAKHUL ARDI IKHWANUS SAFA, dilahirkan pada tanggal 30 November 1994 di Kabupaten Lamongan sebagai anak pertama dari pasangan Supardi dan Juwariyah. Penulis bertempat tinggal di Desa Paji RT 2 RW 6 Kecamatan Pucuk Kabuapten Lamongan. Pendidikan formal yang ditempuh penulis adalah TK Muslimat NU Paji, SDN Paji, SMPN 1 Pucuk dan SMAN 1 Babat Kabupaten Lamongan. Pada tahun 2013, penulis diterima di Program

Studi Diploma III Jurusan Statistika ITS melalui jalur seleksi reguler Diploma III dengan NRP 1313 030 069. Tahun 2016 Penulis lulus dari program Diploma III dan melanjutkan Pendidikan Sarjana pada program Lintas Jalur Departemen Statistika ITS. Selama perkuliahan penulis aktif dalam beberapa organisasi antara lain sebagai anggota UKM ITS Badminton Community, sebagai staff Departemen Dalam Negeri HIMADATA-ITS periode 2014/2015 dan sebagai Ketua Departemen Dalam Negeri HIMADATA-ITS periode 2015/2016. Penulis mendapatkan kesempatan Kerja Praktek di Bidang Rehabilitasi Badan Narkotika Nasional Provinsi Jawa Timur pada saat menjalankan perkuliahan Diploma III dan PT. Pembangkit Jawa Bali (PJB) pada saat program Lintas Jalur S1. Apabila pembaca memiliki kritik dan saran lebih lanjut mengenai tugas akhir ini, penulis dapat dihubungi melalui email [miftakhulardi007@gmail.com](mailto:miftakhulardi007@gmail.com).